CONECTIVOS LOGICOS: A partir de proposiciones simples es posible generar otras, simples o compuestas. Es decir que se puede operar con proposiciones, y para ello se utilizan ciertos símbolos llamados conectivos lógicos. A continuación vemos una concreta definición de cada uno:

SIMBOLO	OPERACION ASOCIADA	SIGNIFICADO
$\sim$	Negación	no p o no es cierto que p
$\wedge$	Conjunción o producto lógico	p y q
$\vee$	Disyunción o suma lógica	p o q (en sentido incluyente)
$\Rightarrow$	Implicación	p implica q, o si p entonces q
$\Leftrightarrow$	Doble implicación	p si y sólo si q
$\underline{\vee}$	Diferencia simétrica	p o q (en sentido excluyente)

MATEMATICA 2

Tablas de verdad

TABLAS DE VERDAD: Técnica que permite averiguar el valor de verdad de una proposición conociendo los valores de verdad de sus componentes.

Posibilidades: 2^n donde n es el número de proposiciones que intervienen.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

NEGACIÓN: Dada una proposición p, se denomina la negación de p a otra proposición denotada por ~p (se lee "no p") que le asigna el valor veritativo opuesto al de p. Por ejemplo:

p: Diego estudia matemática
~ p: Diego no estudia matemática

Por lo que nos resulta su tabla de verdad:

p	~p
V	F
F	V

Observamos aquí que al valor V de p, la negación le hace corresponder el valor F, y viceversa. Se trata de una operación unitaria, pues a partir de una proposición se obtiene otra, que es su negación.

Ejemplo. La negación de:

p: Todos los alumnos estudian matemática.
~ p: No todos los alumnos estudian matemática.
q: Soy peruano.
~ q: No soy peruano.
r: Este es un libro de la Editora Delta.
~ r: Este no es un libro de la Editora Delta.

CONJUNCIÓN: Dadas dos proposiciones p y q, se denomina conjunción de estas proposiciones a la proposición $p \wedge q$ (se lee "p y q"), cuya tabla es:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La tabla que define esta operación, establece que la conjunción es verdadera sólo si lo son las dos proposiciones componentes. En todo otro caso, es falsa.

Ejemplo: Sea la declaración

i) $\underbrace{\text{5 es un número impar}}_{p}\ \underset{\wedge}{\text{y}}\ \underbrace{\text{6 es un número par}}_{q}$

Vemos que está compuesta de dos proposiciones a las que llamaremos p y q, que son
p: 5 es un número impar q: 6 es un número par
Por ser ambas verdaderas, la conjunción de ellas (que no es sino la declaración i) es verdadera.

Ahora bien, sea la declaración:

ii) Hoy es el día 3 de noviembre y mañana es el día de 5 de noviembre.
Esta conjunción es falsa, ya que no pueden ser simultáneamente verdaderas ambas proposiciones.

DISYUNCIÓN INCLUSIVA: Dadas dos proposiciones p y q, la disyunción de las proposiciones p y q es la proposición $p \vee q$ cuya tabla de valor de verdad es:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La disyunción *o* es utilizada en sentido **inclusiva**, ya que la verdad de la disyunción se da en el caso de que al menos una de las proposiciones sea verdadera.

En el lenguaje ordinario la palabra *o* es utilizada en sentido incluyente o excluyente indistintamente. Para agotar toda posibilidad de ambigüedades, en matemática se utiliza la disyunción definida por la tabla precedente, que nos muestra que la disyunción sólo es falsa cuando ambas proposiciones son falsas. En conclusión es verdadera cuando sucede uno o ambos eventos.

Ejemplo. Sea:

i) Tiro las cosas viejas o que no me sirven.
El sentido de la disyunción compuesta por p y q (p: tiro las cosas viejas, q: tiro las cosas que no me sirven) es incluyente, pues si tiro algo viejo, y que además no me sirve, la disyunción es V.

ii) 4 es impar o 15 es múltiplo de 5
Como la segunda proposición es verdadera la disyunción es verdadera.

iii) El dinero me alcanza para comprar una TV o un DVD.
En este caso debe ocurrir que una de las dos proposiciones entonces la proposición será V.

DISYUNCIÓN EXCLUSIVA O DIFERENCIA SIMÉTRICA:

Diferencia simétrica o disyunción en sentido excluyente de las proposiciones p y q es la proposición $p \underline{\vee} q$ (se lee "p o q en sentido excluyente") cuya tabla de valores de verdad es:

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La verdad de $p \underline{\vee} q$ está caracterizada por la verdad de una y sólo una de las proposiciones componentes. Puede suceder uno de los eventos pero no ambos, por eso se dice exclusiva.

Ejemplo: Sea:

i) O vamos a Chiclayo o vamos a Lima.
Queda claro que sólo podemos ir a uno de los dos lugares, y sólo a uno. Es decir que el enunciado i) es verdadero sólo si vamos a una de las dos ciudades. En caso de ir a ambas, o de no ir a ninguna, el enunciado es Falso.

ii) Gasdali esta comiendo o Gasdali no come.
En este caso debe ocurrir una de las dos acciones, pero no ambas entonces la proposición será verdadera.

iii) 4 es impar o 4 es mayor que 3.
En este caso ambas proposiciones son falsas entonces la oración completa será falsa.

IMPLICACIÓN O CONDICIONAL: Implicación de las proposiciones p y q es la proposición $p \Rightarrow q$ (si p entonces q) cuya tabla de valores de verdad es:

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

La proposición p se llama antecedente, y la proposición q se llama consecuente de la implicación o condicional. La tabla nos muestra que la implicación sólo es falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

La Implicación o Condicional se lee "Entonces", "En consecuencia", "Por lo tanto", "Por consiguiente", "(usando una coma)".

Ejemplo. Supongamos la implicación

i) $\underbrace{\text{Si apruebo,}}_{p}\ \underset{\Rightarrow}{\text{ENTONCES}}\ \underbrace{\text{te presto el libro.}}_{q}$

La implicación está compuesta de las proposiciones:
p: apruebo q: te presto el libro

Nos interesa conocer la verdad o falsedad de la implicación i), en relación a la verdad o falsedad de las proposiciones p y q.

EDITORA DELTA

El enunciado puede pensarse como un compromiso, condicionado por p, y podemos asociar su verdad al cumplimiento del compromiso.
Es evidente que si p es F, es decir si no apruebo el examen, quedo liberado del compromiso y preste o no el apunte la implicación es verdadera.
Si p es verdadera, es decir si apruebo el examen, y no presto el libro, el compromiso no se cumple y la proposición i) es falsa. Si p y q son verdaderas, entonces la proposición i) es verdadera pues el compromiso se cumple.
Ejemplo. ii) $1 = -1 \Rightarrow 1^2 = (-1)^2$ (F)
La proposición resulta ser falsa por ser el antecedente:
(1 = -1) falso.
Una proposición condicional, es aquella que está formada por dos proposiciones simples (o compuesta) p y q. La cual se indica de la siguiente manera:

$p \rightarrow q$: Se lee "Si p entonces q"

DOBLE IMPLICACIÓN O BICONDICIONAL

Doble implicación de las proposiciones p y q es la proposición $p \Leftrightarrow q$ (se lee "p si y sólo si q") cuya tabla de valores de verdad es:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

La doble implicación o bicondicional sólo es verdadera si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad. La doble implicación puede definirse como la conjunción de una implicación y su recíproca.

De este modo, la tabla de valores de verdad de $p \Leftrightarrow q$ puede obtenerse mediante la tabla de $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$, como:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Ejemplo. Sea i) a = b si y sólo si $a^2 = b^2$
El enunciado está compuesto por las proposiciones:
p: a = b q: $a^2 = b^2$
Esta doble implicación es falsa si p es F y q es V. En los demás casos es V. Sean p y q dos proposiciones entonces se puede indicar la proposición bicondicional de la siguiente manera:

$p \leftrightarrow q$ Se lee "p si solo si q"

Esto significa que p es verdadera si y solo si q es también verdadera. O bien p es falsa si y solo si q también lo es.

Ejemplo; El enunciado siguiente es una proposición bicondicional: "Es buen estudiante, si y solo si; tiene promedio de diez".
Donde:
p: Es buen estudiante.
q: Tiene promedio de diez.
La proposición condicional solamente es verdadera si tanto p como q son falsas o bien ambas verdaderas.

A partir de este momento, usted ya se está en condiciones de representar cualquier enunciado con conectores lógicos.
Ejemplo. Sea el siguiente enunciado "Si no pago la luz, entonces me cortarán la corriente eléctrica. Y Si pago la luz, entonces me quedaré sin dinero o pediré prestado. Y Si me quedo sin dinero y pido prestado, entonces no podré pagar la deuda, si solo si soy desorganizado"
Donde:
p: Pago la luz. q: Me cortarán la corriente eléctrica.
r: Me quedaré sin dinero. s: Pediré prestado.
t: Pagar la deuda. w: soy desorganizado.

La representación del enunciado será:

$$(\sim p \rightarrow q) \wedge [p \rightarrow (r \vee s)] \wedge [(r \wedge s) \rightarrow \sim t] \leftrightarrow w$$

PROPOSICIONES LÓGICAMENTE EQUIVALENTES

Dos proposiciones p y q se llaman equivalentes si sus tablas de verdad son idénticas.
De ser así se denota: $p \equiv q$

Ejemplo. Sea p: $p \Rightarrow q$, recordamos su tabla de verdad y si ahora analizamos la proposición q: $\sim p \vee q$, sus tablas de verdad resultan:

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$\sim p \vee q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Como vemos, luego de realizar las tablas de valor veritativo encontramos que ambas proposiciones tienen el mismo resultado final. Con esto, decimos que ambas proposiciones son lógicamente equivalentes, y en este caso particular lo simbolizamos:

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

TAUTOLOGÍA, CONTRADICCIÓN Y CONTINGENCIA

Al conjunto de proposiciones, conectivos lógicos y símbolos de agrupación lo denominamos **fórmula lógica**. Por ejemplo: $\sim \{ (p \Rightarrow q) \wedge (s \wedge t) \}$
Si al evaluar una fórmula lógica, resulta que todos los valores de verdad resultantes son siempre V para cualquier combinación de sus valores veritativos, decimos que dicha fórmula es una **TAUTOLOGÍA** o **Ley lógica**.

Ejemplo. Si analizamos la proposición t : $p \vee \sim p$ realizando su tabla de verdad:

p	~p	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Vemos que para cualquier combinación de las proposiciones p y su negación ~p, la proposición t: $p \vee \sim p$ es siempre verdadera. Entonces, la proposición t es una tautología.

Ejemplo. Analizamos ahora la fórmula lógica:

$$\{ (p \Rightarrow q) \wedge p \} \Rightarrow q$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\{ (p \Rightarrow q) \wedge p \} \Rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

En este caso comprobamos también que independientemente de la combinación de valores de verdad de las proposiciones p y q, el resultado de la fórmula lógica es siempre V. Decimos, aquí también, que esta fórmula es una tautología o ley lógica.
Si al estudiar una fórmula lógica, a diferencia de los ejemplos anteriores resulta que para cualquier valor de verdad de las proposiciones que intervienen el resultado de dicha fórmula es siempre falso, decimos que dicha fórmula es una **CONTRADICCIÓN**.
Ejemplo: Analizamos la fórmula lógica $p \wedge \sim p$

p	~p	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

Encontramos que la fórmula es siempre falsa, es entonces una Contradicción.

Si una proposición no es una tautología ni una contradicción (es decir que contiene al menos un valor V y otro F) es una **CONTINGENCIA**.

Resumen:
- **TAUTOLOGÍA:** Es una proposición cuyos VALORES DE VERDAD del OPERADOR PRINCIPAL son TODOS VERDADEROS, cualquiera sea el valor de verdad de sus componentes.

- **CONTRADICCIÓN:** Es una proposición cuyos VALORES DE VERDAD del OPERADOR PRINCIPAL son TODOS FALSOS, cualquiera que sea el valor de verdad de sus componentes.
- **CONTINGENCIA:** No es ni tautología ni contradicción porque los VALORES DE VERDAD de su OPERADOR PRINCIPAL tienen por lo menos una VERDAD y/o una FALSEDAD.

CUANTIFICADORES

Es el elemento o palabra que cuantifica. En lógica y matemática se usa como un símbolo antepuesto que relaciona una o más variables con una cantidad.
Así tenemos:

- Cuantificador existencial (∃): Símbolo que indica que existe al menos un elemento de un conjunto que cumple una determinada propiedad. Símbolo: ∃ existe.
  Ejemplo: Existe un valor de x tal que x es mayor que 3.
  $\exists\, x / x > 3$
- Cuantificador universal (∀): Símbolo que indica que todos los elementos de un conjunto cumplen una determinada propiedad. Símbolo: ∀ Para todo
  Ejemplo: Para todo valor de x, se cumple que x es un número Natural. $\forall\, x,\ x \in \mathbb{N}$

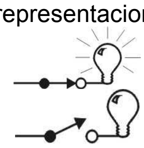
En Lógica y la teoría de conjuntos se usan los siguientes cuantificadores:

- Para todo ∀ • ∃ existe
- $A \subset B$, A está incluido en B
- $A \subseteq B$ A está incluido o es igual a B
- $x \in A$, x es un elemento de A (x pertenece a A)
- ∪ Unión de conjuntos ∩ Intersección de conjuntos
- ∧ (se lee: y) ∨ (se lee: o) • ∑ sumatoria ∏ productoria

CIRCUITOS LOGICOS

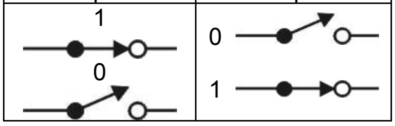
Son Circuitos lógicos el conjunto de símbolos y operaciones que se pueden diseñar en base a la negación, disyunción y conjunción (reglas de la lógica), teniendo en consideración las siguientes representaciones:

1 Si pasa corriente



0 No pasa corriente

(A) PARA LA NEGACION:

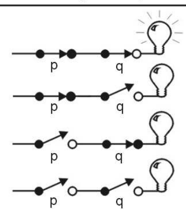


p	~p
1	0
0	1

(B) CONJUNCION (CIRCUITO EN SERIE):

Son circuitos que constan de 2 interruptores conectados en serie. Similar a un circuito eléctrico en serie.

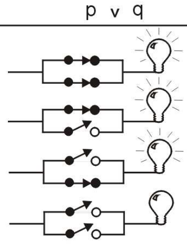
Su relación con la tabla de conjunción es la mostrada.



p	q	p ∧ q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

(C) DISYUNCION INCLUSIVA

(CIRCUITO PARALELO):
Consiste en la distribución de dos interruptores, que estén ubicados en forma paralela.



p	q	p ∨ q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

LEYES DEL ÁLGEBRA PROPOSICIONAL

Involución: $\sim(\sim p) \equiv p$ (se lee "no, no p, equivale a p")

Idempotencia $(p \wedge \sim p) \equiv p$; $(p \vee \sim p) \equiv p$

Conmutatividad

a) de la disyunción: $p \vee q \equiv q \vee p$

b) de la conjunción: $p \wedge q \equiv q \wedge p$

Asociatividad

a) de la disyunción: $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

b) de la conjunción: $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

Distributividad

A) de la conjunción respecto de la disyunción:

$$(p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

B) de la disyunción respecto de la conjunción:

$$(p \wedge q) \vee r \equiv (p \vee r) \vee (q \vee r)$$

Leyes de De Morgan

$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

"La negación de una disyunción equivale a la conjunción de las negaciones".

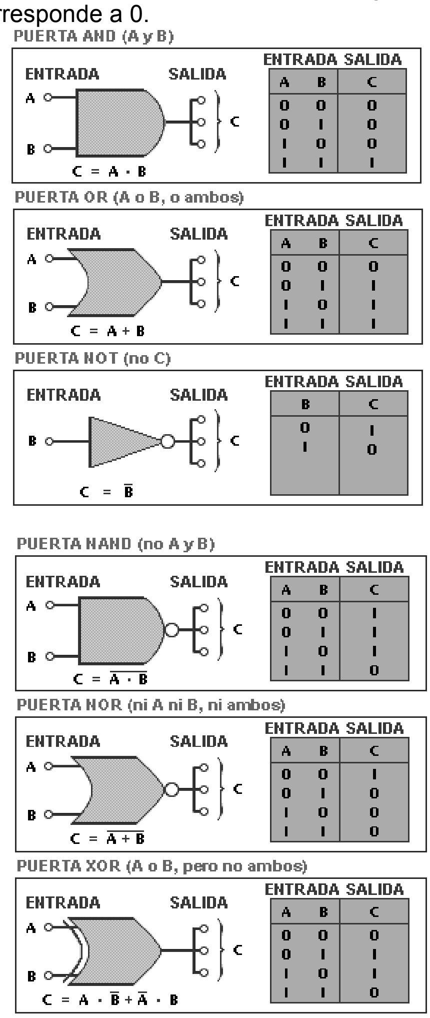
$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

"La negación de una conjunción equivale a la disyunción de las negaciones".

CIRCUITOS DIGITALES Y TABLAS BOOLEANAS

Los circuitos digitales operan en el sistema numérico binario, que implica que todas las variables de circuito deben ser 1 o 0. El álgebra utilizada para resolver problemas y procesar la información en los sistemas digitales se denomina álgebra de Boole, basada sobre la lógica más que sobre el cálculo de valores numéricos reales. El álgebra booleana considera que las proposiciones lógicas son verdaderas o falsas, según el tipo de operación que describen y si las variables son verdaderas o falsas. Verdadero corresponde al valor digital 1, mientras que falso corresponde a 0.

El diagrama muestra diversos interruptores electrónicos, llamados puertas, cada uno de los cuales efectúa una determinada operación booleana. Existen tres operaciones booleanas que pueden utilizarse individualmente o en combinación: multiplicación lógica (puerta AND), suma lógica (puerta OR) e inversión lógica (puerta NOR). Las tablas adjuntas, llamadas tablas booleanas, presentan todas las posibles combinaciones de entrada frente a las salidas resultantes.



EJERCICIOS DE CONSTRUCCION DE TABLAS DE VERDAD

Construir las tablas de verdad para: **(A)** $(\sim p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$
(B) $\sim (p \vee q) \wedge [(p \wedge \sim q) \vee r]$
(C) $(\sim p \vee \sim s) \wedge [(p \wedge r) \vee (q \wedge r)]$

SOL (A): Explicación: Primero desarrollamos las negaciones de los paréntesis en las columnas 1, 2, 3 y 4; luego desarrollamos las tablas de verdad para la conjunción en la columna 5, por ejemplo en la fila 1 tenemos F∧F que en la tabla de conjunción esta resultado es F, así llenamos la columna 5; después de la misma manera desarrollamos la disyunción para la columna 6; por ultimo resolvemos la columna 7 usando las columnas (5 ∧ 6).

	p	q	(~ p	∧	~ q)	∧	(~ p	∨	~ q)
1	V	V	F	F	F	**F**	F	F	F
2	V	F	F	F	V	**F**	F	V	V
3	F	V	V	F	F	**F**	V	V	F
4	F	F	V	V	V	**V**	V	V	V
			1	5	2	7	3	6	4

SOL (B): De la misma manera que el ejercicio (A), primero desarrollamos la negación de (p ∨ q) el resultado es la columna 1; luego la conjunción de la columna 2 y después la disyunción de la columna 3; por ultimo resolvemos la conjunción de la columna 4. El resultado es la columna 4.

	p	q	r	~	(p ∨ q)	∧	[(p	∧	~ q)	∨	r]
1	V	V	V	F	V	**F**	V	F	F	V	V
2	V	V	F	F	V	**F**	V	F	F	V	F
3	V	F	V	F	V	**F**	V	V	V	V	V
4	V	F	F	F	V	**F**	V	V	V	V	F
5	F	V	V	F	V	**F**	F	F	F	V	V
6	F	V	F	F	V	**F**	F	F	F	F	F
7	F	F	V	V	F	**V**	F	F	V	V	V
8	F	F	F	V	F	**F**	F	F	V	F	F
				1		*4*		*2*		*3*	

SOL (C): El número de posibilidades es $2^4 = 16$ pues hay 4 proposiciones p, q, r, s. Para resolverlo primero desarrollamos la columna 1 luego la columna 2 y por ultimo la columna 3.

	p	q	r	s	(~ p	∨	~ s)	∧	[(p ∧ r)	∨	(q ∧ r)]
1	V	V	V	V	F	F	F	**V**	V	V	V
2	V	V	V	F	F	V	V	**V**	V	V	V
3	V	V	F	V	F	F	F	**F**	F	F	F
4	V	V	F	F	F	V	V	**V**	F	F	F
5	V	F	V	V	F	F	F	**V**	V	V	F
6	V	F	V	F	F	V	V	**V**	V	V	F
7	V	F	F	V	F	F	F	**F**	F	F	F
8	V	F	F	F	F	V	V	**V**	F	F	F
9	F	V	V	V	V	V	F	**V**	F	V	V
10	F	V	V	F	V	V	V	**V**	F	V	V
11	F	V	F	V	V	V	F	**V**	F	F	F
12	F	V	F	F	V	V	V	**V**	F	F	F
13	F	F	V	V	V	V	F	**V**	F	F	F
14	F	F	V	F	V	V	V	**V**	F	F	F
15	F	F	F	V	V	V	F	**V**	F	F	F
16	F	F	F	F	V	V	V	**V**	F	F	F
						1		*3*		*2*	

EJERCICIO: Determinar si las expresiones siguientes son Tautológicas, contradicciones o contingencias, utilice las tablas de verdad.

(A) $\sim (p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ (B) $(\sim p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (p \vee q)$ (C) $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$

SOL: Haciendo las tablas de verdad resulta lo siguiente: (A) Tautológica; (B) Contradicción; (C) Contingencia

Las equivalencias tautológicas tienen la forma $A \leftrightarrow B$ donde A y B son enunciados (atómicos o moleculares) que son lógicamente equivalentes. En otras palabras, si $A \leftrightarrow B$ es tautológica, entonces $A \equiv B$.

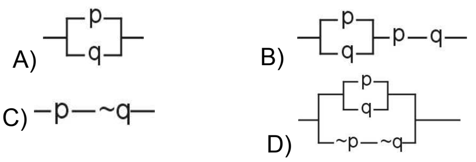
Contradicciones: La forma más sencilla para averiguar si un enunciado es contradictorio consiste en elaborar su tabla de verdad. Si en la columna de la conectiva principal nos encontramos con que todas sus posibles interpretaciones son falsas, entonces estamos ante una contradicción.
Recuerde que en la Tautológica todos los elementos de la columna resultado son verdaderos, en la contradicción la columna resultado tiene valores falsos y en Contingencia hay ambos resultados (verdadero y falso).

EJERCICIOS

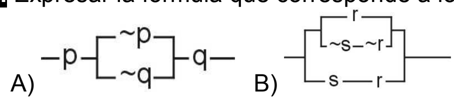
1. Diseñar los circuitos para:

A) p ∨ q B) (p ∨ q) ∧ (p ∧ q)
C) p ∧ ~ q D) (p ∨ q) ∨ (~p ∧ ~q)

SOL:



2. Expresar la formula que corresponde a los circuitos:



SOL:

A) p ∧ (~p ∨ ~q) ∧ q B) [r ∨ (~s ∧ ~r)] ∨ (s ∧ r)

PROBLEMAS RESUELTOS

PROB 1. Si ∗ es un operador lógico definido mediante la siguiente tabla de verdad.
Entonces al simplificar la proposición (p ∗ q) ∗ (q ∗ p) se obtiene:

p	q	p ∗ q
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

A) p ∧ -q B) p ∨ ~q C) ~p ∧ q
D) p ∨ q E) ~p ∧~q

SOL 1. Con la tabla de verdad, es equivalente a: p ∨ q

p	q	(p ∗ q)	∗	(q	∗	p)
V	V	F	**V**	V	F	V
V	F	F	**V**	F	F	V
F	V	F	**V**	V	F	F
F	F	V	**F**	F	V	F

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La alternativa correcta es D.

PROB 2. Hay un solo anillo y tres cajas cerradas de diferente color, rotuladas con los siguientes enunciados:
- caja ploma : "El anillo no esta aquí"
- caja negra : "El anillo no esta en la caja marrón"
- caja marrón : "El anillo esta aquí"

Si solo uno de los enunciados es verdadero, entonces es cierto que:
A) En ninguna de las cajas esta el anillo
B) El anillo no esta en la caja ploma
C) El anillo esta en la caja marrón
D) El anillo esta en la caja ploma
E) El anillo esta en la caja negra

SOL 2. Se presentan tres casos: VFF; FVF; FFV
Donde deducimos que para el segundo caso FVF se cumple las condiciones, de esta manera:
- caja ploma (F) = "El anillo esta aquí"
- caja negra (V) = "El anillo no esta en la caja marrón"
- caja marrón (F) = "El anillo no esta aquí" Rpta: D

PROB 3. Si (p ∧ ~q) → (r → s) es falsa, hallar el valor de verdad de p, q, r y s.
A) FFFF B) FVFV C) FFVV D) VFVF E) VVVV

SOL 3. (p ∧ ~q) → (r → s) ≡ F
En la tabla de implicación: V → F ≡ F
* Entonces: (p ∧ ~q) ≡ V Debe ser (V ∧ V ≡ V)
(p = V) y (~q = V) así q = F
* Para (r → s) ≡ F Debe ser (r = V) y (s = F)
∴Los valores de verdad son: VFVF. Rpta: D

PROB 4. Sea A = {1, 2, 3, 4, 5}.
Determinar el valor de verdad de p, q, r y s dado que:
p : ∃ x ∈ A / x^2 - 1 = 0
q : ∀ x ∈ A ; x^2 + 1 ≥ 0
r : ∃ x ∈ A / (x + 1 ≤ 0 ∧ x – 1 ≥ 0)
s : ∀ x ∈ A ; x^2 - 1≥ 0
A) FVFV B) VVVV C) VVFF
D) VVFV E) FFVV

SOL 4. La pregunta se refiere a si existen valores de A para que existan dichos conjuntos; resolviendo:
Para: p = {1} ; Existe es (V)
q = {1,2,3,4,5} Existe es (V)
r = No hay valores (F)
s = {1,2,3,4,5} Existe es (V)
Es decir p, q , s existen (V) ∴VVFV Rpta: D

PROB 5. Sean p y q dos proposiciones y asuma que p□q es equivalente a p∧~q. Indicar la proposición que es equivalente a:

[(p□~q) □(p□q)] □(~p□q)

A) ~ p B) ~p□~q C) p□q
D) p□~q E) ~p□q

SOL 5. Se tiene: [(p□~q) □(p□q)] □(~p□q)
Según el dato:
[(p∧q) □ (p∧~q)] □ (~p∧~q) =
[(p∧q) ∧ ~(p∧~q)] ∧ ~ (~p ∧~q)
Aplicando las leyes de Morgan resulta:
[(p ∧ q) ∧ (~ p ∨ q)] ∧ (p ∨ q)
Aplicando las propiedades y leyes de las proposiciones se reduce a: p ∧ q
Que podemos volverla a escribir como: p□ ~q
En conclusión la respuesta es la D.

PROB 6. Sí p * q ≡ p ∧ ~ q
Indique la proposición equivalente a
[~ (~ p * q) * ~ q] * ~ p
A) q ∧ p B) ~q ∧ p C) ~p ⇒ ~q
D) ~ p ∨ ~ q E) p ⇒ q

SOL 6. Desarrollando la equivalencia tenemos:

p	q	p	∧	~q	p ∗ q
V	V	V	F	F	F
V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	V	F

Observamos que:
V ∗ F = V
En los demás casos es F

Aplicando este resultado en la proposición pedida:

p	q	[~	(~p	∗	q)	∗	~q]	∗	~p
V	V	V	F	F	V	V	F	V	F
V	F	V	F	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	F	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	F	F	V	F	V

El resultado es:
V
F
F
F

Analizando cada alternativa:

p	q	A: q	∨	p	B: ~q	∧	p	C: ~p	⇒	~q	D: ~p	∨	~q	E: p ⇒ q
V	V	V	V	V	F	F	V	F	V	F	F	F	F	V
V	F	F	F	V	V	V	V	F	V	V	F	V	V	F
F	V	V	F	F	F	F	F	V	F	F	V	V	F	V
F	F	F	F	F	V	F	F	V	V	V	V	V	V	V

La Tabla del resultado buscado tiene el orden: VFFF
La alternativa "A" presenta el mismo resultado.