CAPÍTULO 1
MAGNITUDES Y UNIDADES

Contenido:
- Sistema internacional de unidades
- Algunas unidades derivadas
- Magnitudes y unidades
- Equivalencias más usadas
- Prefijos métricos

SIMBOLOS MATEMATICOS

SIMBOLO	SIGNIFICADO
$\leq$	menor o igual que
$\geq$	mayor o igual que
>	mayor que
<	menor que
=	igual a
$\neq$	diferente de
$\approx$	aproximado a
+	mas, adición
-	menos, sustracción
x	por; multiplicación
ĕ	por; multiplicación
*	por; multiplicación
$\div$	entre, división
:	entre, división
/	entre, división
∞	infinito
$-\infty$	menos infinito
$\therefore$	en conclusión; por lo tanto
$\forall$	para todo
$\exists$	existe
α	símbolo griego alfa
β	símbolo griego beta
θ	símbolo griego teta
Δ	símbolo griego delta
ε	símbolo griego epsilon
λ	símbolo griego lambda
μ	símbolo griego mu
ω	símbolo griego omega minúscula
Ω	símbolo griego Omega mayúscula
π	símbolos griegos pi
$\frac{a}{b}$	a entre b, a dividido por b; "a" es a "b"
Σ	suma; sumatoria
$\sum_{n=1}^{k}$	suma desde 1 hasta k
$\prod$	producto
$\prod_{1}^{k}$	producto desde 1 hasta k
>	factorial, (3! *se lee tres factorial*)
C_b^a	combinatoria a b
$\sqrt{\ }$	Raíz cuadrada, raíz de índice 2
$\sqrt[3]{\ }$	Raíz cúbica, raíz de índice 3
$\sqrt[n]{\ }$	Raíz enésima; raíz de índice n
$\neq$	diferente de
$\approx$	aproximado a
$\therefore$	por lo tanto, en conclusión
$\forall$	para todo; (cuantificador universal)
$\exists$	existe por lo menos un/os; existe (cuantificador existencial)
$\exists!$	existe un; existe unos; (cuantificador existencial con marca de unicidad)
$\in$	pertenece
$\notin$	no pertenece
$\subset$	contenido, esta incluido en
$\subseteq$	contenido o igual
ϕ	conjunto vacío
$\cup$	unión
$\cap$	intersección
( )	intervalo abierto
< >	intervalo abierto
[ ]	intervalo cerrado
[ )	intervalo semi abierto ó semi cerrado
[>	intervalo semi abierto ó semi cerrado
( ]	intervalo semi abierto ó semi cerrado
<]	intervalo semi abierto ó semi cerrado
$\int$	integral
$\int_a^b dx$	integral definida entre a y b
$a \Rightarrow b$	a implica b
$a \rightarrow b$	a implica b
$a \Leftarrow b$	b implica a
$a \leftarrow b$	b implica a
$a \Leftrightarrow b$	si y solo si
$a \leftrightarrow b$	si y solo si (a implica b y b implica a)
$\wedge$	y, (conjunción lógica o intersección)
$\vee$	o, (disyunción lógica o unión)
$\neg$	no, negación lógica, $\neg$p (no p)
~	no, negación lógica, ~p (no p)
$\mathbb{N}$	conjunto de números naturales
$\mathbb{Z}$	conjunto de números enteros
$\mathbb{Q}$	conjunto de números racionales
$\mathbb{R}$	conjunto de números reales
$\mathbb{C}$	conjunto de números complejos
$\vert\ \vert$	valor absoluto, $\vert x \vert$ valor absoluto de x
Δ ABC	triangulo ABC
⊿	triangulo rectángulo
$\perp$	perpendicular
$\angle$ ABC	ángulo ABC
m$\angle$MNP	medida del ángulo MNP
$\overset{\frown}{ABC}$	arco ABC
//	paralela (AB // CD *AB es paralelo a CD*)

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

Magnitud, cantidad y unidad

La noción de magnitud está inevitablemente relacionada con la de medida. Se denominan magnitudes a ciertas propiedades o aspectos observables de un sistema físico que pueden ser expresados en forma numérica. En otros términos, *las magnitudes son propiedades o atributos medibles*.

SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

Unidades fundamentales

- **Unidad de Longitud:** El metro (m) es la longitud recorrida por la luz en el vacío durante un período de tiempo de 1/299 792 458 s.
- **Unidad de Masa:** El kilogramo (kg) es la masa del prototipo internacional de platino iridiado que se conserva en la Oficina de Pesas y Medidas de París.
- **Unidad de Tiempo:** El segundo (s) es la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre dos niveles fundamentales del átomo Cesio 133.
- **Unidad de Corriente Eléctrica:** El ampere (A) es la intensidad de corriente, la cual al mantenerse entre dos conductores paralelos, rectilíneos, longitud infinita, sección transversal circular despreciable y separados en el vacío por una distancia de un metro, producirá una fuerza entre estos dos conductores igual a 2×10^{-7} N por cada metro de longitud.
- **Unidad de Temperatura Termodinámica:** El Kelvin (K) es la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.
- **Unidad de Intensidad Luminosa:** La candela (cd) es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} hertz y que tiene una intensidad energética en esta dirección de 1/683 W por estereorradián (sr).
- **Unidad de Cantidad de Sustancia:** El mol es la cantidad de materia contenida en un sistema y que tiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kilogramos de carbono 12.

Las unidades base del ***Sistema Internacional de Unidades*** son:

MAGNITUD BASE	SIMBOLO DIMENSIONAL	NOMBRE	SÍMBOLO
Longitud	L	metro	m
Masa	M	kilogramo	kg
Tiempo	T	segundo	s
Corriente eléctrica	I	Ampere	A
Temperatura	Θ	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	N	mol	mol
Intensidad luminosa	J	candela	cd

UNIDADES DERIVADAS

Mediante esta denominación se hace referencia a las unidades utilizadas para expresar magnitudes físicas que son resultado de combinar magnitudes físicas básicas. No se debe confundir este concepto con los de múltiplos y submúltiplos, que se utilizan tanto en las unidades básicas como en las derivadas, sino que siempre se le ha de relacionar con las magnitudes expresadas. Si éstas son longitud, masa, tiempo, intensidad de corriente eléctrica, temperatura, cantidad de substancia o intensidad luminosa, se trata de una magnitud básica. Todas las demás son derivadas.

Ejemplos de unidades derivadas:

Magnitud	Unidad SI	Expresión
Superficie	metro cuadrado	m^2
Volumen	metro cúbico	m^3
Velocidad	metro por segundo	$\frac{m}{s}$
Aceleración	metro por segundo al cuadrado	$\frac{m}{s^2}$
Fuerza	Newton (N)	$N = \frac{m\ kg}{s^2}$
Presión	Pascal (Pa)	$Pa = \frac{m^2\ kg}{s^2}$
Energía	Joule (J)	J = N m
Carga eléctrica	Coulomb (C)	C = A.s
Densidad	Kilogramo por m^3	Kg/m^3
Frecuencia	Hercio (Hz)	s^{-1}

Unidad de volumen o metro cúbico, resultado de combinar tres veces la longitud.

$V = L^3 = (L)\ (L)\ (L) \rightarrow m^3$

Unidad de densidad o cantidad de masa por unidad de volumen, resultado de combinar masa (magnitud básica) con volumen (magnitud derivada). Se expresa en kilogramos por metro cúbico. Carece de nombre especial.

Unidad de fuerza, magnitud que se define a partir de la segunda ley de Newton (fuerza = masa × aceleración). La masa es una de las magnitudes básicas; la aceleración es derivada. Por tanto, la unidad resultante (kg • m • s^{-2}) es derivada, de nombre especial: newton.

Unidad de energía. Es la energía necesaria para mover un objeto una distancia de un metro aplicándole una fuerza de un newton; es decir, fuerza por distancia. Se le denomina julio (unidad) (en inglés, joule). Su símbolo es J. Por tanto, J = N • m.

EQUIVALENCIAS MÁS USADAS

1 metro = 100 cm
1 metro = 1000 mm
1 dm = 10 cm
1 cm 0 10 mm
1 Km = 1000 m
1 metro = 1.093 yardas
1 pie = 12 pulgadas = 12”
1 pulgada = 2,54 cm

1 hectárea = 10 000 m^2
1 Ha = 10 000 m^2
1 litro = 1 dm^3 = 1 000 cm^3
1 m^3 = 1 000 litros

1 kg = 1000 gr
1 tonelada = 1 000 kg
1 libra = 454 g = 0,454 kg
1 libra = 16 onzas

1 hora = 60 minutos → (1 h = 60 min)
1 minuto = 60 segundos

π radianes = 180 grados sexagesimales
π rad = 180º

1 N = 0.2248 lb = 10^5 dina
1 KCal = 4186 Joule
1 Watt = 0,860 KCal/h
1 Joule = 2.778 x10^{-7} Kwh
1 Joule = 9.481 x 10^{-4} Btu = 10^7 erg
1 Joule = 0.2389 cal = 6.242 x 10^{18} eV
1 Btu = 778 Lb-pie
1 Hp = 2545 Btu/h = 178.1 cal/s
1 Tesla = 10000 Gauss
1 Milla = 1609 metros
1 Pie = 30.48 cm

PREFIJOS METRICOS

Prefijo		Múltiplo	
deca	D	10^1	10
hecto	h	10^2	100
kilo	k o K	10^3	1000
mega	M	10^6	1000 000
giga	G	10^9	1 000 000 000

EDITORA DELTA

Prefijo		Múltiplo	
nano-	n	10^{-9}	0,000 000 001
micro-	«	10^{-6}	0,000 001
milli-	m	10^{-3}	0,001
centi-	c	10^{-2}	0,01
deci-	d	10^{-1}	0,1

Factor de conversión:

Convertir 4 pies a pulgadas:

Se basa en una regla de tres simple:

1 pie = 12 pulgadas

$$1 = \left(\frac{12\,pulg}{1\,pie}\right)$$

Aplicando este factor:

4 pies = 4 pies (1)

$$= 4\ pies\left(\frac{12\,pulg}{1\,pie}\right) = (4)\ (12)\ pulg$$

$$= 48\ pulg$$

Convertir 200 cm a metros

$$200\ cm = 200\ cm\ \left(\frac{1\,m}{100\,cm}\right) = 2\ m$$

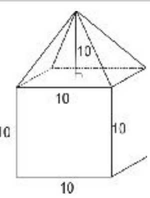
PROBLEMAS DE ADMISION

1. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Los Mayas tenían una tradición en sus tumbas la construían con dos sólidos un cubo de arista 10 cm y sobre una cara del cubo una pirámide regular de altura 10 cm. Hallar el volumen de las tumbas.

A) 1000 m^3
B) 1235 cm^3
C) 1333,3 cm^3
D) 1459,5 km^3

RESOLUCION 1:



$V = V_{Pirámide} + V_{Cubo}$

$V = \frac{1}{3}\ [(10)^2(10)] + 10^3$

$V = 1333,3\ cm^3$

Rpta: C

2. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Un galón de pintura alcanza para pintar una superficie de 30 m^2 de área. ¿Cuantos galones de pintura se necesita para pintar las paredes de una habitación de dimensiones 20m x 10m x 3m si esta posee una puerta de 2m x 1,5m; dos ventanas de 2m x 5m y una ventana de 3,5m x 2m?

A) 4
B) 6
C) 5
D) 7

RESOLUCION 2:

Las paredes de la habitación tendrán de área:

2 paredes de: 20m x 3m = 60 m^2 → 120 m^2
2 paredes de: 10m x 3m = 30 m^2 → 60 m^2
Total de la zona: 120 + 60 = 180 m^2

Ahora debemos quitar las zonas que no se pintaran

1 puerta: 2m x 1,5m = 3m^2
2 ventanas: 2m x 5m = 10 m^2 → 20m^2
1 ventana de: 3,5m x 2m = 7m^2
Zona a no pintar: 3 + 20 + 7 = 30m^2
Se necesitara de pintura: 180 - 30 = 150

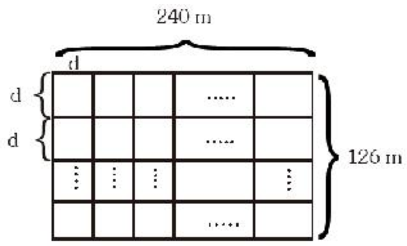
de galones: $\frac{150}{30}$ = 5 galones Rpta: C

3. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Se tiene un terreno rectangular de 126 m de largo y 240 m de ancho. Si se desea dividir en parcelas cuadradas, ¿cuántas parcelas se obtienen si el lado de la parcela es máximo?

A) Entre 800 y 850
B) Menor a 350
C) Entre 700 y 800
D) Entre 500 y 600

RESOLUCION 3:



Sea “d” el lado de la parcela, entonces:

#d → divisor de 240
#d → divisor de 126
#d → es el máximo posible

$\rightarrow d = MCD\ (\underbrace{240}_{6\times 40}; \underbrace{126}_{6\times 21}) = 6$

Nos piden:

$(N°\ total\ de\ parcelas) = \left(\frac{240}{6}\right)x\left(\frac{126}{6}\right)$

$= 40 \times 21 = 840$

∴ El número total de parcelas se encuentra entre 800 y 850. Rpta: A

4. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

La distancia del sol a la Tierra es 9, 27×10^7 millas (1 milla = 1601 m). Si dicha distancia es de la forma A×10^n metros. (0 < A < 10). Halla A+n.

A) 12,48...
B) 9,47...
C) 8,72...
D) 10,11...

RESOLUCION 4:

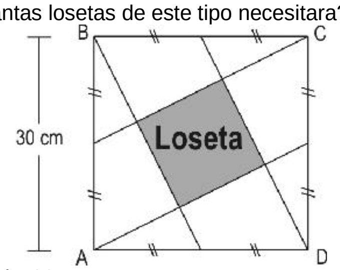
$$A\times10^{n}=9{,}27\times10^{7}\times\underbrace{1601}_{0{,}1601\times10^{4}}$$

$$A\times10^{n}=1{,}484127\times10^{11}$$

$\rightarrow\ \therefore$ A + n = 12,484127 Rpta: A

5. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

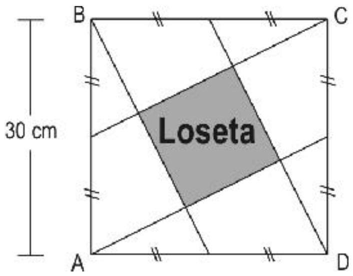
Siendo ABCD un cuadrado de lado 30 cm, la señora Patricia Lazo desea parquear su dormitorio que tienen un área de 8,1 m^2; ¿cuantas losetas de este tipo necesitara?



A) 180
B) 360
C) 450
D) 900

RESOLUCION 5:

$A_{ABCD} = 30^2 = 900\ cm^2$



Propiedad:

$$A_{Loseta} = \frac{1}{5}A_{ABCD} = \frac{900}{5} = 180\ cm^2$$

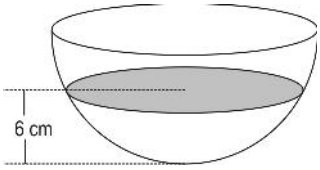
El área a parquear es: 8,1 m^2 = 81000 cm^2

Se necesitaran:

$$\frac{81000}{180} = 450 \text{ losetas} \quad \text{Rpta: C}$$

6. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Si el volumen de la semi-esfera es: $\frac{2000\pi}{3}\ cm^3$, hallar el área del circulo sombreado cuando se llena agua hasta una altura de 6 cm.



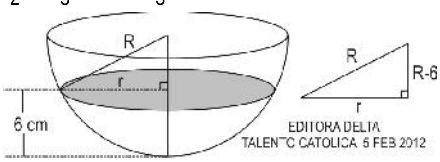
A) 10
B) 16π
C) 72π
D) 84π

RESOLUCION 6:

Propiedad: Volumen de la esfera: $\frac{4\pi R^3}{3}$

Volumen de la semi-esfera:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4\pi R^3}{3}\right) = \frac{2000\pi}{3} \rightarrow R = 10$$



Por Pitágoras: $R^2 = r^2 + (R - 6)^2$

$$10^2 = r^2 + (10 - 6)^2 \quad \rightarrow r^2 = 84$$

Se busca: $\pi r^2 = \pi(84) = 84\pi$ Rpta: D

7. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

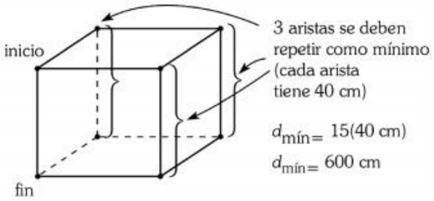
Una hormiga tarda 10 minutos en recorrer todas las aristas de una caja cúbica. Si cada arista mide 40 cm, ¿Cuál es la menor rapidez en cm/minuto de la hormiga?

A) 48 cm/min
B) 52 cm/min
C) 56 cm/min
D) 60 cm/min

RESOLUCION 7:

Como tarda 10 minutos en hacer todo el recorrido y se desea calcular la rapidez mínima, entonces el recorrido a realizar también debe ser mínimo. Como en el gráfico se observan 8 puntos impares.

Aristas repetidas: $\frac{8-2}{3} = 3$



Entonces:

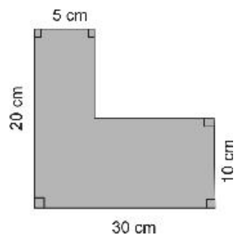
Recorrido mínimo = 12(40) + 3(40) = 600cm

Velocidad = $\frac{600\,cm}{10\,min} = 60\frac{cm}{min}$ Rpta: D

8. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

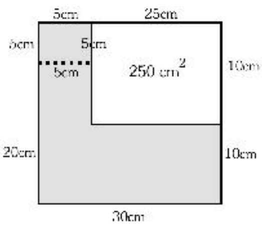
¿Cuántas losetas cuadradas, todas iguales, se necesitará como mínimo para cubrir totalmente el piso de la figura mostrada?

A) 16
B) 12
C) 10
D) 14



RESOLUCION 8:

Sea "L" la longitud de la loseta buscada donde, según el dato tenemos:



L = MCD(5, 10, 20, 30) = 5

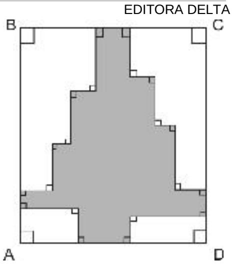
Luego, el número de losetas es:

$$x = \frac{300+50}{(5)^2} = \frac{350}{25} \Rightarrow x = 14 \quad \text{Rpta: D}$$

9. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

EDITORA DELTA

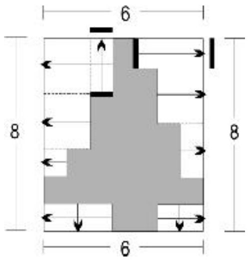
En la figura:
AB = 8 cm y
AD = 6 cm.
Hallar el perímetro de la región sombreada.



A) 26 cm
B) 34 cm
C) 28 cm
D) 36 cm

RESOLUCION 9:

Nos piden el perímetro de la figura sombreada, entonces notamos que cada lado de dicha figura lo proyectamos en los lados del rectángulo ABCD, donde tenemos que:



Perímetro = = 2(6) + 2(8) = 28 cm Rpta: C

CAPÍTULO 2
OPERACIONES COMBINADAS

Contenido:
- Conjuntos numéricos
- Distancia entre dos puntos en la recta real
- Operaciones básicas
- Orden de las operaciones

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Un número es una entidad abstracta que representa una cantidad. El símbolo de un número recibe el nombre de numeral. Los números se usan con mucha frecuencia en la vida diaria como etiquetas (números de teléfono, numeración de carreteras), como indicadores de orden, como códigos, etc. En matemática, la definición de número se extiende para incluir abstracciones tales como números fraccionarios, negativos, irracionales, trascendentales y complejos.

NÚMEROS NATURALES

Concepto.- Son aquellos números que sirven para contar y son infinitos, se ubican dentro de los números reales como lo muestra el siguiente cuadro sinóptico:

Un número natural, es aquel que sirve para designar la cantidad de elementos que tiene un cierto conjunto, y se llama cardinal de dicho conjunto. Los números naturales son infinitos. El conjunto de todos ellos se designa por la letra *N*:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4,\ldots, 10, 11, 12,\ldots\}$$

El cero, a veces, se excluye del conjunto de los números naturales.

Además de cardinales (para contar), los números naturales son ordinales, pues sirven para ordenar los elementos de un conjunto:

1º (primero), 2º (segundo),…, 16º (decimosexto),…

Entre los números naturales están definidas las operaciones adición y multiplicación. Además, el resultado de sumar o de multiplicar dos números naturales es también un número natural, por lo que se dice que son operaciones internas.

La sustracción, sin embargo, no es una operación interna en N, pues la diferencia de dos números naturales puede no ser un número natural (no lo es cuando el sustraendo es mayor que el minuendo). Por eso se crea el conjunto *Z* de los números enteros, en el que se puede restar un número de otro, cualesquiera que sean éstos.

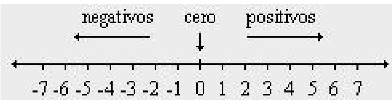
La división tampoco es una operación interna en *N*, pues el cociente de dos números naturales puede no ser un número natural (no lo es cuando el dividendo no es múltiplo del divisor). Por eso se crea el conjunto *Q* de los números racionales, en el que se puede dividir cualquier número por otro (salvo por el cero). La división entera es un tipo de división peculiar de los números naturales en la que además de un cociente se obtiene un resto.

Aritmética, literalmente, arte de contar. La palabra deriva del griego *arithmētikē,* que combina dos palabras: *arithmos,* que significa 'número', y *technē,* que se refiere a un arte o habilidad.

NÚMEROS ENTEROS

Son una generalización del conjunto de números naturales que incluye números negativos (resultados de restar a un número natural otro mayor además del cero). Así los números enteros están formados por un conjunto de enteros positivos que podemos interpretar como los números naturales convencionales, el cero, y un conjunto enteros negativos que son los opuestos de los naturales (éstos pueden ser interpretados como el resultado de restar a 0 un número natural). El origen del uso de Z es el alemán Zahlen "números".

Z = {......, -3 , -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}



NUMERO RACIONAL

En sentido amplio se llama número racional o fracción común a todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros con denominador distinto de cero; el término "racional" alude a "ración" o parte de un todo, y no al pensamiento o actitud racional, para no confundir este término con un atributo del pensamiento humano.

En sentido estricto, número racional es el conjunto de todas las fracciones equivalentes a una dada. De todas ellas se toma como representante canónico del número racional en cuestión a la fracción irreducible, la de términos más sencillos. Las fracciones equivalentes entre sí -número racional- son una clase de equivalencia, resultado de la aplicación de una relación de equivalencia al conjunto de números fraccionarios.

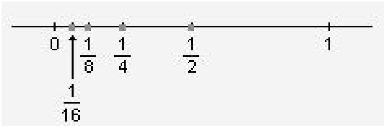
El número racional permite resolver ecuaciones del tipo ax = b cuando a y b son números enteros.

El conjunto de los racionales se denota por, que significa **Quotient**, "cociente" en varios idiomas europeos. Este conjunto de números incluye a los números enteros y es un subconjunto de los números reales.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$$

El conjunto de números racionales se designa con la letra Q. A partir de su representación gráfica se observa que:

- El conjunto de números racionales no tiene ni primer ni último elemento.
- Todo número racional tiene un antecesor y un sucesor.
- Entre dos números racionales existen infinitos números racionales, por lo que el conjunto es denso.



El signo de una fracción es el que resulta de aplicar la regla de los signos de la división de números enteros.

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \qquad \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$
$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \qquad \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

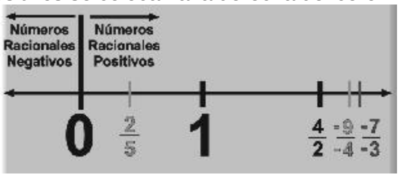
Ejemplo: Son números racionales:

R = { $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 2; -3; $\frac{8}{3}$; $2\frac{1}{3}$; 0,25 }

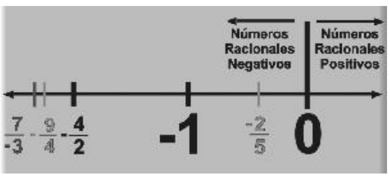
En este ejemplo, observamos lo siguiente:

- o $\frac{1}{2}$ = 0,5 es una fracción o un decimal ∈ R
- o 2 es un número natural a su vez ∈ R
- o 0,25 es un decimal ∈ R
- o -3 es un número entero a su vez ∈ R
- o $2\frac{1}{3}$ es un número mixto ∈ R

En la recta numérica los números racionales positivos se colocan a la derecha del cero.

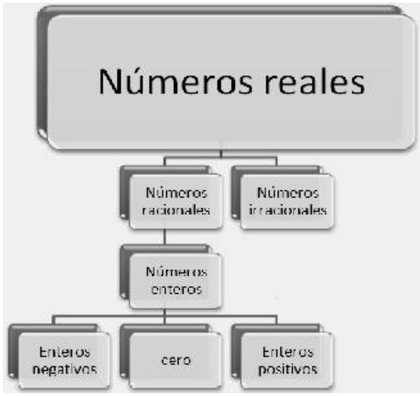


Y los racionales negativos se colocan a la izquierda del cero.

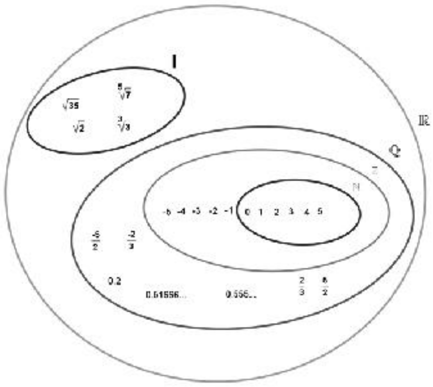


NÚMEROS REALES

Se definen de manera intuitiva como el conjunto de números que se encuentran en correspondencia biunívoca con los puntos de una recta infinita: la recta numérica. El conjunto de los números reales se le simboliza con la letra $\mathbb{R}$. El nombre de número real se propuso como antónimo de número imaginario.



El concepto de número real se originó cuando se constató la existencia de los números irracionales. Así, el conjunto de los números reales se origina como la unión del conjunto de los números racionales y el conjunto de los irracionales.



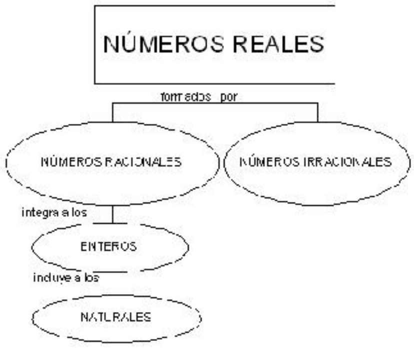
Debido a que el conjunto de números reales contiene al conjunto de números racionales, y éste a su vez contiene a los enteros que a su vez contiene los números naturales, se sigue que el conjunto de los números reales contiene también a los números enteros y a los números naturales.

Asimismo, el conjunto de números reales contiene al de los números irracionales.

Con números reales pueden realizarse todo tipo de operaciones básicas con dos excepciones importantes:

1.- No existen raíces de orden par (cuadradas, cuartas, sextas, etc) de números negativos en números reales, razón por la que existe otro conjunto de números donde estas operaciones están definidas: los imaginarios.

2.- No existe la división entre cero, pues carece de sentido dividir entre nada o entre nadie, es decir, no existe la operación de dividir entre nada.



Números reales son los que se pueden expresar como puntos en la recta real.

En general, pueden tener una parte entera y una parte fraccionaria. (La mayor parte de ellos tiene infinitas cifras decimales no periódicas.)
Por ejemplo, estos cinco números son reales: 1, 18.1798013..., -27.3813..., 43 y Pi (π)

NÚMEROS DESTACABLES

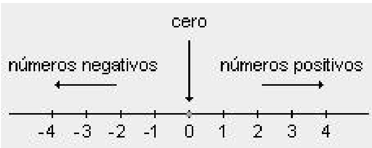
1. ® (pi): relación entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro.
$$\pi = \frac{\text{Longitud de la circunferencia}}{\text{Diametro}} = \frac{\ell_o}{2R}$$
2. **e** (Neperiano): $e = \lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$
3. c (número áureo o de oro): $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS EN LA RECTA REAL

RECTA NUMERICA

Los números enteros se representan gráficamente en una recta:

- Los números positivos se ubican a partir del punto **0** hacia la derecha.
- Los números negativos se ubican a partir del punto **0** hacia la izquierda.
- Si dos números son iguales, les corresponde el mismo punto en la recta numérica.
- Si un número es menor a otro, el menor se ubica a la izquierda del mayor.
- Si un número es mayor a otro, el mayor se ubica a la derecha del menor.
- Cada número y su opuesto están a igual distancia del cero.



El conjunto de números enteros se designa con la letra **Z**. A partir de su representación gráfica se observa que:

- El conjunto de números enteros no tiene ni primer ni último elemento.
- Todo número entero tiene un antecesor y un sucesor.
- Entre dos números enteros existe un número finito de números enteros, por lo que el conjunto es discreto.

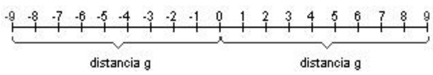
Distancia entre dos puntos en la recta real

Dados los puntos M y N de la recta numérica de coordenadas x_1 y x_2, la distancia de M a N es el valor absoluto de la diferencia $x_1 - x_2$:

$$d(M, N) = | x_1 - x_2 |$$

VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de un número es la distancia que hay entre el cero y ese número sobre la recta numérica.
El símbolo | | se utiliza para indicar el valor absoluto



El valor absoluto de cualquier número diferente a 0, siempre es positivo. El valor absoluto de cero, es cero.
Si a representa cualquier número real entonces:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si} \quad a>0 \\ 0 & \text{si} \quad a=0 \\ -a & \text{si} \quad a<0 \end{cases}$$

PROPIEDADES:

$\forall a \in R$, $|a| \geq 0$ $\qquad$ $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$, $\forall b\neq 0$

$|a|^2 = |a^2| = a^2$

$\sqrt{a^2} = |a|$ $\qquad$ $|a| = |-a|$

$|a.b| = |a|.|b|$ $\qquad$ $|a - b| = |b - a|$

Ejemplo 1:

$$3|4-6|-2|-4-2|+3^2$$
$$= 3|4-6|-2|-4-2|+9$$
$$= 3(2)-2(6)+9 = 6-12+9 = 3$$

Ejemplo 2:

$$\frac{6\div 2+5|7-3|}{2+(3-5)\div 2} = \frac{3+5(4)}{2-2\div 2} = \frac{3+20}{2-1} = \frac{23}{1} = 23$$

Ejemplo 3:

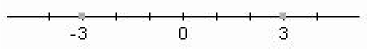
$$\frac{4-|-12|\div|3|}{2(4-|5|)+9} = \frac{4-12\div 3}{2(-1)+9} = \frac{4-4}{-2+9} = \frac{0}{7} = 0$$

Los números **3** y **-3** tienen igual valor absoluto, ya que:

$$\left.\begin{array}{l} |3| = 3 \\ |-3| = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow |3| = |-3|$$

A partir de esta definición podemos decir que:

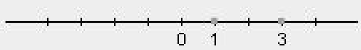
- Dos números enteros son iguales cuando tienen igual valor absoluto e igual signo.
- Dos números enteros son opuestos cuando tienen igual valor absoluto y distinto signo.



RELACIÓN DE MAYOR

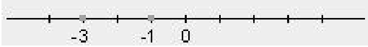
- Siendo dos números enteros positivos, un número entero **a** es mayor que otro **b** si el valor absoluto de **a** es mayor al valor absoluto de **b**.

$+a > +b$ si $|+a| > |+b|$



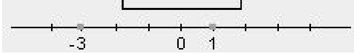
- Siendo números enteros negativos, un número entero **a** es mayor que otro **b** si el valor absoluto de **a** es menor al valor absoluto de **b**.

$-a > -b$ si $|-a| < |-b|$



- Siendo dos números enteros de distinto signo, un número entero **a** es mayor que otro **b** si **a** es positivo.

$+a > -b$



RELACIÓN DE MAYOR

Análogamente:

- Siendo dos números enteros positivos, un número entero **a** es menor que otro **b** si el valor absoluto de **a** es menor al valor absoluto de **b**.

$+a < +b$ si $|+a| < |+b|$

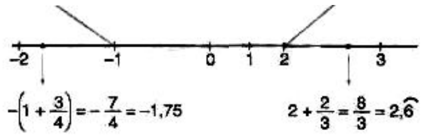
- Siendo números enteros negativos, un número entero **a** es menor que otro **b** si el valor absoluto de **a** es mayor al valor absoluto de **b**.

$-a < -b$ si $|-a| > |-b|$

- Siendo dos números enteros de distinto signo, un número entero **a** es menor que otro **b** si **a** es negativo.

$-a > +b$

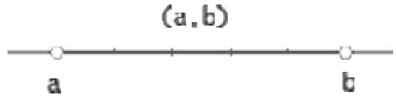
Todo número se puede representar en la recta numérica:



TIPOS DE INTERVALOS

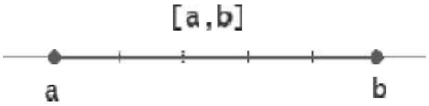
Intervalo abierto

(a, b) = {x ∈ ℝ / a < x < b}



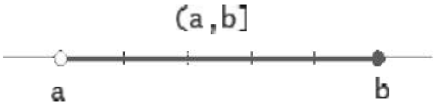
Intervalo cerrado

[a, b] = {x ∈ ℝ/ a ≤ x ≤ b}



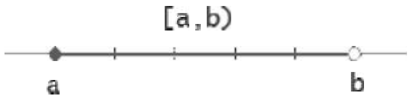
Intervalo semiabierto por la izquierda

(a, b] = {x ∈ ℝ/ a < x ≤ b}



Intervalo semiabierto por la derecha

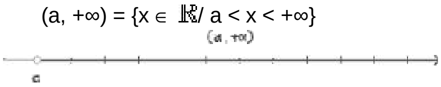
[a, b) = {x ∈ ℝ / a ≤ x < b}



Semirrectas

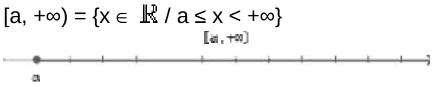
x > a

(a, +∞) = {x ∈ ℝ/ a < x < +∞}



x ≥ a

[a, +∞) = {x ∈ ℝ / a ≤ x < +∞}

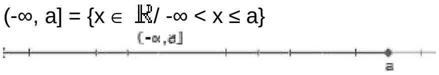


x < a

(-∞, a) = {x ∈ ℝ / -∞ < x < a}

x ≤ a

(-∞, a] = {x ∈ ℝ/ -∞ < x ≤ a}



OPERACIONES BÁSICAS

OPERACIONES ARITMÉTICAS BÁSICAS NO DECIMALES

SUMA

Tal como en el sistema decimal, si la suma parcial supera el valor de la base, se ecribe el valor numérico de lo que excede a la base y se lleva como unidades tantas veces como excede al valor de la base.

Ejemplo:
$423_{(7)} + 566_{(7)} + 2521_{(7)}$

$$\begin{array}{r} 423\ + \\ 566 \\ 2521 \\ \hline 4143_{(7)} \end{array}$$

Se desarrolló de la siguiente manera:
3 + 6 + 1 = 10
Como 10 = 7 + 3; se pone 3 y se lleva 1.
1 + 2 + 6 + 2 = 11
Como 11 = 7 + 4 ; se pone 4, se lleva 1.
1 + 4 + 5 + 5 = 15
Como 15 = 14 + 1; 15 = 2 . 7 + 1; se pone 1, se lleva 2
2 + 2 = 4

RESTA
El método es similar a la resta en base 10. Cuando la base es otra, se añade como unidad el valor de la base.
Ejemplo: $4\,7\,3\,5_{(8)} - 2\,3\,6\,7_{(8)}$

$$\begin{array}{r} 4735\ - \\ 2367_{(8)} \\ \hline 2346_{(8)} \end{array}$$

Desarrollo:
5 - 7 no se puede restar, entonces, en la segunda columna tomamos prestada 1 unidad a 3, lo que nos permite añadir a 5 el valor de la base: (5 + 8) - 7 = 6
Como a 3 se quitó 1 unidad, ahora es 2, pero 2 - 6 no se puede restar, entonces:
(2 + 8) - 6 = 4
Como a 7 se le había quitado 1 unidad, ahora es 6: 6 - 3 = 3
Ahora no se ha quitado nada.
Finalmente: 4 - 2 = 2

MULTIPLICACIÓN
El procedimiento es similar a la multiplicación en base 10; sólo que lo que se lleva es la unidad de la base de los factores.

Ejemplo: $326_{(7)} \times 465_{(7)}$

$$\begin{array}{r} 326\ \times \\ 465 \\ \hline 2302 \\ 2631 \\ 1643 \\ \hline 226212_{(7)} \end{array}$$

Desarrollo:
5 . 6 = 30 = 4 . 7 + 2 pongo 2 van 4
5 . 2 + 4 = 14 = 2 . 7 + 0 pongo 0 van 2
5 . 3 + 2 = 17 = 2 . 7 + 3 pongo 3 van 2
Finalmente: pongo 2.
6 . 6 = 36 = 5 . 7 + 1 pongo 1 van 5
6 . 2 + 5 = 17 = 2 . 7 + 3 pongo 3 van 2
6 . 3 + 2 = 20 = 2 . 7 + 6 pongo 6 van 2
Finalmente: pongo 2
4 . 6 = 24 = 3 . 7 + 3 pongo 3 van 3
4 . 2 + 3 = 11 = 1 . 7 + 4 pongo 4 van 1
4 . 3 + 1 = 13 = 1 . 7 + 6 pongo 6 van 1
Finalmente: pongo 1
Luego, se suma los productos parciales, recordando cómo se suma cuando los sumandos no son de base 10.

DIVISIÓN
Para hacer la división es aconsejable formar una tabla con la base dada, con todos los productos posibles del divisor por el cociente.

Ejemplo: $4\,350_{(6)} \div 24_{(6)}$

Las cifras del cociente, por ser de base 6, oscilan entre 0 y 5, lo cual se toma en cuenta para formar la tabla:

Tabla de base 6
0 . 24 = 0
1 . 24 = 24
2 . 24 = 52
3 . 24 = 120
4 . 24 = 144
5 . 24 = 212

$$\begin{array}{r|l} 4350 & 24 \\ \cline{2-2} 24 & 142_{(6)} \\ \cline{1-1} 155 & \\ 144 & \\ \cline{1-1} 110 & \\ 52 & \\ \cline{1-1} 14 & \end{array}$$

ORDEN DE LAS OPERACIONES

Las personas necesitamos un conjunto de reglas comunes para realizar cálculos básicos. ¿A qué es igual 3 + 5 • 2l? ¿Es 16 o 13? Tu respuesta depende de cómo entiendes el orden de las operaciones — un conjunto de reglas que te dicen el orden en el que se han de realizar la suma, la resta, la multiplicación y la división en un cálculo.

Los matemáticos han desarrollado un orden estándar que nos dice qué operaciones realizar primero en una expresión con más de una operación. Sin un procedimiento estándar para hacer cálculos, dos personas podrían obtener respuestas diferentes para el mismo problema.

Las Cuatro Operaciones Básicas
Los bloques de construcción del orden de las operaciones son las operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación, y división. El orden de las operaciones dice que:

- primero multiplicas o divides, de izquierda a derecha
- luego sumas o restas, de izquierda a derecha

¿Cuál es la respuesta correcta para la expresión 3 + 5 • 2? Usa el orden de operaciones anterior.

Primero multiplica. 3 + 5 • 2 = 3 + 10
Luego suma. 3 + 10 = 13

Este orden de operaciones aplica a todos los números reales.

<u>Ejemplo:</u> Simplifica 7 – 5 + 3 · 8.

7 – 5 + 3 • 8

De acuerdo con el orden de las operaciones, la multiplicación es primero que la suma o la resta. Multiplica 3 · 8.

7 – 5 + 24

Ahora, suma y resta de izquierda a derecha. 7 – 5 es primero.

2 + 24 = 26

Finalmente, suma 2 + 24.

Respuesta: 7 – 5 + 3 • 8 = 26

Cuando estás aplicando el orden de las operaciones a expresiones que contienen fracciones, decimales, y números negativos, necesitarás recordar cómo hacer estos cálculos también.

Ejemplo
Simplifica: $3 \bullet \frac{1}{3} - 8 \div \frac{1}{4}$

De acuerdo con el orden de las operaciones, la multiplicación es antes que la suma o la resta.

$3 \bullet \frac{1}{3} - 8 \div \frac{1}{4}$

Primero multiplica: $3 \bullet \frac{1}{3} = 1$

Ahora, divide: $8 \div \frac{1}{4} = 8 \bullet 4 = 32$

Entonces: $3 \bullet \frac{1}{3} - 8 \div \frac{1}{4} = 1 - 32$

Resta: 1 – 32 = −31
Respuesta: - 31

Exponentes
Cuando estás evaluando expresiones, a veces verás exponentes que representan una multiplicación repetida. Recuerda que una expresión como por ejemplo 7^2 es la notación exponencial de 7•7. (La notación exponencial tiene dos partes: la base y el exponente o potencia. En 7^2, 7 es la base y 2 es el exponente: el exponente determina cuántas veces se multiplica la base por sí misma.)

Los exponentes son una manera de representar una multiplicación repetida; el orden de las operaciones lo pone antes de cualquier multiplicación, división, resta, y suma.

Ejemplo
Simplifica: $3^2 \bullet 2^3$

Este problema tiene exponentes y multiplicaciones. De acuerdo con el orden de las operaciones, simplificar 3^2 y 2^3 va primero que la multiplicación.

3^2 es 3•3, que es igual a 9.
2^3 es 2•2•2, que es igual a 8.
$3^2 \bullet 2^3 = 9 \bullet 8$
Multiplica: 9 • 8 = 72
Respuesta: 72

Símbolos de agrupación
La última pieza a considerar en el orden de las operaciones son los símbolos de agrupación. Estos incluyen los paréntesis ( ), corchetes [ ], llaves { }, e incluso barras de fracción. Estos símbolos normalmente se usan para ayudarnos a organizar expresiones matemáticas (los verás frecuentemente en el álgebra).

Los símbolos de agrupación se usan para indicar qué operaciones se hacen primero, especialmente si se desea un orden específico. Si hay una expresión a simplificar dentro de los símbolos de agrupación, sigue el orden de las operaciones.

El Orden de las Operaciones

- Realiza primero todas las operaciones dentro de los símbolos de agrupación. Los símbolos de agrupación incluyen paréntesis ( ), corchetes [ ], llaves { }, y barras de fracción.
- Evalúa los exponentes o raíces cuadradas.

- Multiplica o divide, de izquierda a derecha.
- Suma o resta, de izquierda a derecha.

Cuando hay símbolos de agrupación dentro de símbolos de agrupación, calcula de adentro hacia afuera. Es decir, empieza simplificando el símbolo de agrupación de adentro.

Recuerda que los paréntesis también pueden usarse para mostrar multiplicación. En el ejemplo siguiente, se muestran ambos usos de los paréntesis para representar una agrupación, y también para expresar una multiplicación

> Ejemplo
> Simplifica $(1.5 + 3.5) – 2(0.5 \bullet 6)^2$.
>
> Este problema tiene paréntesis, exponentes, una multiplicación, una resta y una suma.
>
> Primero se simplifican los símbolos de agrupación. Suma los números en el primer juego de paréntesis.
> $5 – 2(0.5 \bullet 6)^2$
>
> Multiplica los números en el segundo juego de paréntesis.
> $5 – 2(3)^2$
>
> Evalúa los exponentes.
> $5 – 2 \bullet 9$
>
> Multiplica. $5 – 18 = −13$
> Respuesta
> $(1.5 + 3.5) – 2(0.5 \bullet 6)^2 = −13$

Eliminación de paréntesis con números negativos.
Para eliminar paréntesis con operaciones de números negativos tomaremos en cuenta lo siguiente:

- Las operaciones se empiezan a realizar de adentro hacia fuera.
- Dos signos que estén juntos y separados por un paréntesis se multiplicaran.

Se tomara en cuenta el orden de cada operación tomando en cuenta que: Si hay una suma y una multiplicación se hace primero la multiplicación.

- Se aplican las reglas de los signos de la suma y resta.

$-(-4) + (-3) - (-6) – (-3) – 10$

$+4 \quad -3 \quad +6 \quad -3$

Ejercicio:
-[-(-4) + (-2) – (-6)(2) – {(-5) +(-4)} –{(-2)(5)}] =
-[-(-4) + (-2) – (-6)(2) –{-5-4} – {-10}] =
-[-(-4) + (-2) – (-6)(2) –{-9}+10] =
-[-(-4) + (-2) – (-6)(2) + 9 + 10] =
-[+ 4 – 2 + 12 + 9 + 10] = -[+ 33] = = - 33

Ejercicio:
a) [-(-2)-(-6)-(-6) – {-2 + (-3) – (-6)}-2]=
[-(-2) –(-6)-(-6) – {-2 –3 + 6}-2] =
[-(-2) - (-6) – (-6) -{-5 + 6}-2] =
[-(-2) – (-6) –(-6) – {+1}-2] =
[- (-2) –(-6) –(-6)-1 –2] =
[2 + 6 + 6-1 – 2] = [14-3] = 11

b) –[-(-2)-(-6)-(6)-{-(-2)(8)}-6(-6)] =
-[-(-2)-(-6)- (6) - {+16}+36] =
-[2 + 6 + 6 - 16 + 36] = -[50 – 16] =
-[34] = -34

CONJUNTOS

El concepto de conjunto es de fundamental importancia en la matemática y en particular en el estudio de estructuras discretas que permiten modelar y resolver problemas en el campo de la computación.

NOCION DE CONJUNTO
Un conjunto es una colección de objetos bien definidos. A los objetos de la colección se les llama miembros o elementos del conjunto.
El adjetivo "bien definido" se usa para significar que cualquiera que sea el objeto considerado, se pueda determinar si está o no en el conjunto que se analiza. En consecuencia, se evita tratar con conjuntos como "el conjunto de las frutas más deliciosas".

Ejemplo: El conjunto de las cinco vocales, el conjunto de presidentes de América, el conjunto de meses del año, el conjunto de postulantes a la Pontificia Universidad Católica del Perú.

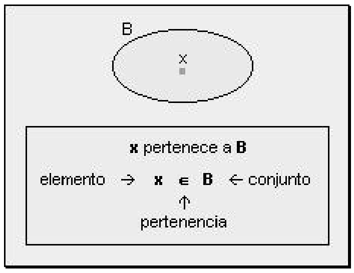
ELEMENTOS
Cada uno de los objetos de un conjunto se llama elemento de ese conjunto.
Representación: Suelen emplearse letras mayúsculas para los conjuntos y minúsculas para los elementos.

Ejemplo: A = { a, e, i, o, u }

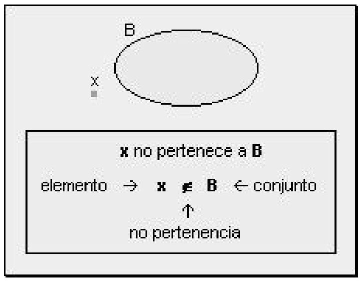
Se lee: El conjunto A esta formado por los elementos a, e, i, o, u.
Otra forma A es el conjunto de las cinco vocales.

PERTENENCIA
Cualquier elemento de un conjunto se dice que pertenece a ese conjunto, si dado un elemento que no forma parte de un conjunto dado se dice que ese elemento no pertenece a ese conjunto. La *Pertenencia* de un elemento 'x' a un conjunto 'A' se denota: x Č A ("x" pertenece a "A")

El símbolo Č indica que el elemento pertenece al conjunto.



El mismo símbolo tachado indica que el elemento no pertenece al conjunto.

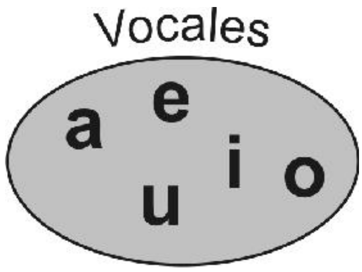


Ejemplos:
1. Dado el conjunto M = { a, b , c, d }
Podemos afirmar que $a \in M$, también $d \in M$, pero $w \notin M$ (se lee "w" no pertenece al conjunto M).
2. Sea A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
$1 \in A$; $2 \in A$; $6 \in A$ pero $9 \notin A$; $17 \notin A$

DETERMINACION DE CONJUNTOS

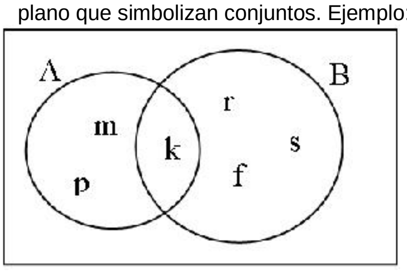
Para determinar un conjunto es necesario conocer su contenido. El contenido de un conjunto se representa:

õ **Por extensión:** Encerrando todos sus elementos entre llaves.
Ejemplo: A = {1, 2, 3, 4} ;
Vocales = {a; e; i; o; u}
M = {d; e; l; t; a }
Colegios = {La Salle; Santo Domingo}
Universidades = {PUCP, San Marcos}



õ **Por comprensión:** Mostrando entre llaves sus propiedades características.
Ejemplo: $A = \{ x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x \leq 4 \}$
(Se lee: A es el conjunto de elementos x que pertenecen a los números Naturales tal que x esta entre 1 y 4).

- **Mediante "*Diagramas de Venn*":** Los diagramas de Venn son regiones del plano que simbolizan conjuntos. Ejemplo:

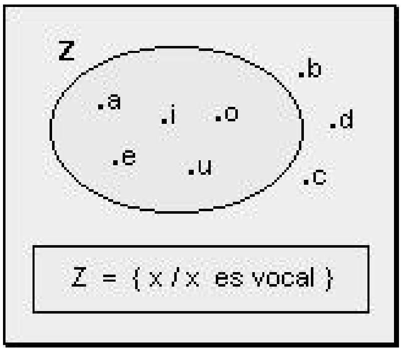


En el diagrama el conjunto:

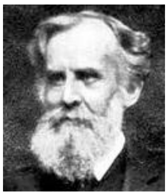
A = {m, p, k} ; B = {r, s, f, k}

Diagramas de Venn:

- Los conjuntos se representan gráficamente por una curva simple cerrada.
- Los elementos que pertenecen al conjunto se representan por puntos interiores a la curva.
- Los elementos que no pertenecen al conjunto se representan por puntos exteriores a la curva.
- Ningún elemento puede representarse sobre la curva.



Los diagramas de Venn reciben el nombre de su creador, John Venn, matemático y filósofo británico.



Estos diagramas se usan para mostrar gráficamente la relación matemática o lógica entre diferentes grupos de cosas (conjuntos), representando cada conjunto mediante un óvalo o círculo.

CUANTIFICADORES

A partir de funciones proposicionales y en la Teoría de conjuntos es posible obtener proposiciones generales mediante un proceso llamado de cuantificación.
Asociados a la indeterminada x, introducimos los símbolos ?**x** y A**x**, llamados **cuantificador universal** y **cuantificador existencial** respectivamente.
Las expresiones:
-Para todo x, se verifica $p_{(x)}$
se denota por $\forall$ x : $p_{(x)}$
-Existe x, tal que se verifica $p_{(x)}$
se denota por $\exists$ x / $p_{(x)}$

NUMERO CARDINAL O TAMAÑO

El tamaño de un conjunto *A* es su nº de elementos y se denota entre barras: |*A*| o n(A)

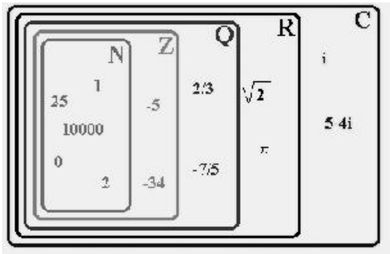
Ejemplo: A = {m, g, r, b} entonces n(A) = 4
Si un conjunto tiene ∞ elementos se dice que es:

- *infinito numerable* si ∃ aplicación biyectiva entre el conjunto y **N**.
- *infinito no numerable* en caso contrario. Ej : **R** (porque ∃ ∞ decimales)

CONJUNTOS: N, Z, Q, R, C

Entre los ejemplos más importantes de conjuntos en la matemática se encuentran los sistemas numéricos: el conjunto de los números naturales, el conjunto de los números enteros, el conjunto de los números racionales y el conjunto de los números reales.

N: El conjunto de números Naturales.
Z: El conjunto de números Enteros.
Q: El conjunto de números racionales.
II: El conjunto de números irracionales.
R: El conjunto de números reales.
C: El conjunto de números complejos.

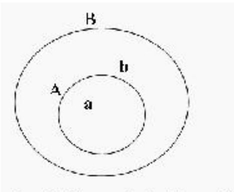


RELACIONES DE INCLUSION

Sean A y B dos conjuntos, si cada elemento de A es elemento de B diremos que A está incluido en B, o bien que A es parte de B, o que A es un subconjunto de B, y lo escribimos A ⊂ B.
Definición: Un conjunto A está incluido en otro conjunto B si cada elemento del conjunto A pertenece, también, al conjunto B.

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B$$

En el dibujo vemos que, efectivamente, el elemento **a** es parte del conjunto A y lo es, a su vez, del conjunto B. Podemos afirmar, entonces, que A ⊂ B.



A ⊂ B (A está incluido en B)

Ahora bien, vemos que b está incluido en B pero no en A.
Decimos, entonces que un conjunto A está *estrictamente incluido* en B (subconj. propio) si todo elemento de A está incluido en B, pero existe al menos un elemento de b que no existe en A. Ejemplo:

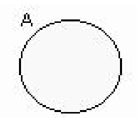
Sean los conjuntos:
A = {libros de matemática de mi colección}
B = {Libros de mi colección}

Está claro que los libros de matemática están incluidos en mi colección. Podemos decir, aquí, que A está incluido en B (A ⊂ B), es decir que mis libros de matemática son un subconjunto de mi colección de libros.

Nos resulta sencillo darnos cuenta que dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos. Volviendo al ejemplo anterior, supongamos ahora que todos los libros de mi colección son de matemática, entonces, que A ⊂ B, pero a su vez B ⊂ A y llegamos a la conclusión de que ambos conjuntos son iguales.
En símbolos:

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

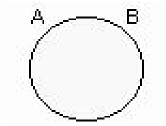
Propiedades de la inclusión:



- Propiedad reflexiva

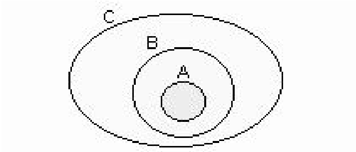
$$A \subseteq A$$

- Propiedad antisimétrica



$$\text{Si } A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Rightarrow A = B$$

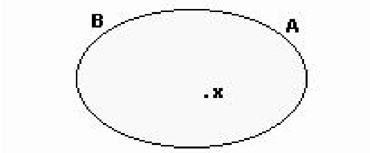
- Propiedad transitiva



$$\text{Si } A \subseteq B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$$

IGUALDAD ENTRE CONJUNTOS

Hay dos relaciones importantes que se tienen entre conjuntos: contenencia e igualdad
Contenencia entre conjuntos: Sean A y B conjuntos. A es un subconjunto de B si cada elemento de A es un elemento de B.
Si A es subconjunto de B escribimos A ⊆ B.
A ċ B si y solamente si (x Č A Ĝ x Č B)
Igualdad entre conjuntos. Dos conjuntos A y B son iguales si tienen los mismos elementos, es decir,
A = B si y solamente si (A ċ B ė A ċ B)
Las expresiones 'x∈A' y '{x} ⊂ A' son equivalentes, ambas expresiones significan que el conjunto que tiene a x como único elemento es subconjunto de A.



$$A = B \begin{cases} \text{si } \forall x \in A \Rightarrow x \in B \\ \text{si } \forall x \in B \Rightarrow x \in A \end{cases}$$

Igualdad de conjuntos: Dos conjuntos son **iguales** cuando están formados por los mismos elementos.
La igualdad de conjuntos cumple las propiedades:

Reflexiva: Todo conjunto es igual a si mismo.

$$A = A$$

Simétrica: Si un conjunto A es igual a otro conjunto B, el conjunto B es igual al conjunto A.

$$\text{Si } A = B \Rightarrow B = A$$

Transitiva: Si un conjunto es igual a otro, y éste último es igual a un tercero, el primer conjunto es igual al tercer conjunto.

$$\text{Si } \left.\begin{matrix} A = B \\ B = C \end{matrix}\right\} \Rightarrow A = C$$

Los símbolos Č y Ċ se usan en los casos siguientes:

Relación		
elemento	Č	conjunto
conjunto	Ċ	conjunto

Ejemplo: Sea A = { 4, 7, 8 }
Entonces:

7∈ A (V)	7 ⊂ A (F)	{7} ∈ A (F)
{7} ⊂ A (V)	{4, 7} ⊂ A (V)	{ } ∈ A (F)
{ } ⊂ A (V)	∅ ∈ A (F)	∅ ⊂ A (V)
{7, 8, 4} ⊂ A (V)		

CLASES DE CONJUNTOS

Nulo o Vació 'Ą' o '{}' :
Es aquel que carece de elementos.
Ejemplo: A = { } ; B = { x/x∈ ķ ´ 4<x<5 } ; M = ∅
Nota: n(∅)=0 pero n({∅})≠0 porque este conjunto ({∅}), tiene un elemento: el nulo.

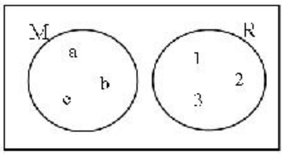
Unitario: Aquel que tiene un elemento.
Ejemplo: $A = \{4\}$; $B = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 2<x<4\}$

Universal 'U': Es la colección de todos los elementos implicados en el problema a considerar.
Ejemplo: Dados $A = \{2, 4, 6\}$ y
$B = \{10, 20, 30, 40\}$
Entonces podemos decir que
U = {los números pares}

Iguales "A=B": Aquellos conjuntos que contienen los mismos elementos sin importar orden o repetición.
Ejemplo: $A = \{a, b, c\}$; $B = \{b, c, a\}$ entonces $A = B$

Equivalentes: Dos conjuntos serán equivalentes si tienen el mismo número de elementos.
Ejemplo: Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y
$B = \{a, b, c, d\}$;
A y B tienen cada uno 4 elementos, son equivalentes.

Disjuntos: Si no tienen ningún elemento en común.
Ejemplo: Sea $M = \{a, b, c\}$ y $R = \{1, 2, 3\}$
M y R son disjuntos, su representación la figura derecha.



Subconjunto propio: Un conjunto A es subconjunto de otro conjunto B ($A \subseteq B$), si todo elemento de A es también un elemento de B. Si además existe algún elemento de B no pertenecientes a A, se dice que A es subconjunto propio de B ($A \subset B$).
Representación
A subconjunto de B : $A \subseteq B$
A subconj. propio de B : $A \subset B$
(nótese como desaparece la línea de igual al excluirse tal posibilidad)
Nota: En todos los exámenes de admisión que he revisado usan el símbolo "$\subset$" para nombrar al subconjunto por definición o al subconjunto propio.

Finito: Aquel cuyos elementos se pueden contar.
Ejemplo: A = {estaciones del año}
Las estaciones son 12 (enero, febrero, marzo, abril,...; diciembre).

Infinito: Tienen un numero indeterminado de elementos.
Ejemplo: $M = \{x / x \in \mathbb{N} \wedge x > 4\}$
$M = \{5; 6; 7; 8, 9, 10; \ldots\}$

PROPIEDADES DEL CONJUNTO VACIÓ:

Propiedad I: Supongamos el conjunto $B = \varnothing$
¿Podemos decir que B está incluido en cualquier otro conjunto A? Veamos:
Si $B \subset A$
$\Rightarrow$ Todo elemento de B pertenece a A

Es decir: No existe ningún elemento de B que no pertenezca a A. Y como: No existe ningún elemento de $\varnothing$ que no pertenezca a A. Llegamos a la conclusión: $\varnothing \subset A$
Y como esta demostración es válida cualquiera sea A, llegamos a la siguiente conclusión:

El conjunto vacío está incluido en todo conjunto.

Propiedad II: Dado que carece de elementos que lo distingan, el conjunto vacío es siempre el mismo, por ello decimos **el conjunto vacío** y no **un conjunto vacío**.

En resumen: El conjunto vacío es único

¿Cómo podemos demostrarlo? Pues bien, supongamos que existiera otro conjunto vacío al que llamamos $\varnothing'$. De acuerdo a la propiedad I enunciada más arriba, podemos decir que: $\varnothing \subset \varnothing' \wedge \varnothing' \subset \varnothing$

Por lo tanto, por definición de igualdad:
$\varnothing = \varnothing'$

El **conjunto vacío** está incluido en todo conjunto.

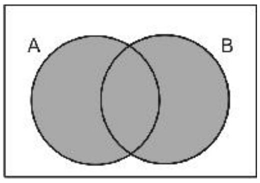
$\varnothing \subseteq A$ significa $\forall x / x \in \varnothing \Rightarrow x \in A$

OPERACIONES DE CONJUNTOS

Tenemos: Unión, Intersección, Diferencia, diferencia simétrica.

UNION (U)

Se llama unión o reunión (AUB) de dos conjuntos A y B al conjunto formado por los elementos que pertenecen a A, o a B o a ambos.

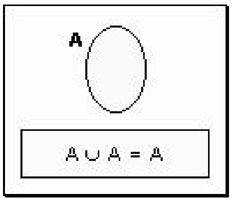


$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$

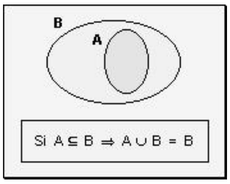
Se lee: A unión B son los elementos "x" tal que x pertenece a A o x pertenece a B

Casos especiales:

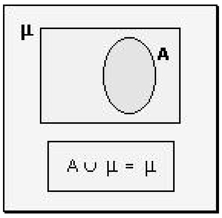
- La unión de un conjunto consigo mismo es ese mismo conjunto.



- Si un conjunto A está incluido en otro B, el conjunto unión será igual al conjunto incluyente B.



- La unión de un conjunto con su conjunto universal es el conjunto universal.

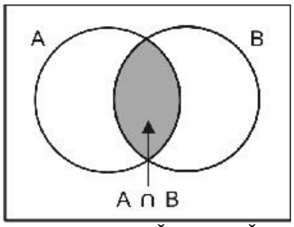


Ejemplo: $A = \{1, 2, 3\}$
$B = \{6, 7, 9\}$

$\rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 6, 7, 9\}$

INTERSECCION (∩)

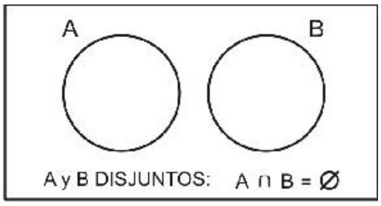
La Intersección de dos conjuntos A y B ($A \cap B$), es el conjunto formado por aquellos elementos que pertenecen a A y pertenecen a B.



$A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$

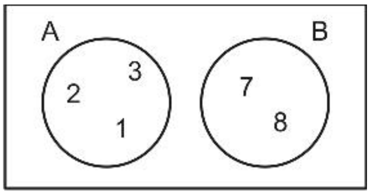
Se lee: A intersección B son los elementos "x" tal que x pertenece a A y x pertenece a B

Si la intersección de dos conjuntos es vacía dichos conjuntos se llaman **disjuntos**.



A y B son disjuntos $\Leftrightarrow$ $A \cap B = \varnothing$
Otra notación es:
A y B son disjuntos $\Leftrightarrow$ $A \cap B = \{\ \}$

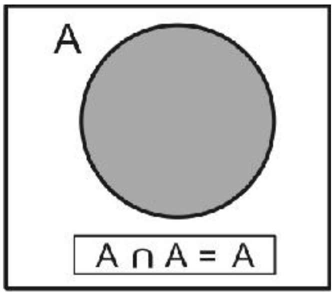
Ejemplo 1: $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{7, 8\}$



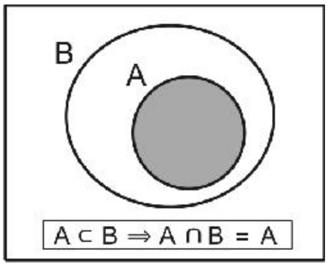
Se deduce que:
$A \cap B = \varnothing \rightarrow$ A y B son disjuntos

Ejemplo 2:
A = {números pares}
B = {números impares}
$A \cap B = \varnothing$ pues no existe ningún número que sea par e impar a la vez.

<u>**Casos especiales**</u>
La intersección de un conjunto consigo mismo es ese mismo conjunto.



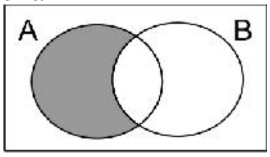
Si un conjunto A está incluido en otro B, el conjunto intersección será igual al conjunto incluido A.



La intersección de un conjunto con el conjunto vacío es el conjunto vacío.

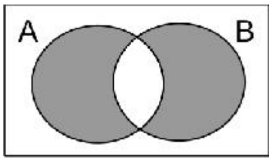
$\boxed{A \cap \varnothing = \varnothing}$

DIFERENCIA (-)
Se llama diferencia entre un conjunto A y otro conjunto B al conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B.



$A - B = \{ x / x \in A \wedge x \notin B \}$

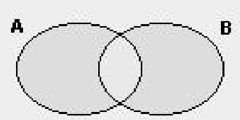
DIFERENCIA SIMETRICA (Δ)
Se llama diferencia simétrica entre un conjunto A y otro conjunto B al conjunto formado por los elementos que pertenecen a A o a B pero no ambos.



$A \Delta B = \{ x / x \in A \text{ o } x \in B \text{ pero } x \notin A \cap B \}$

Asimismo, podemos determinar la diferencia simétrica entre los conjuntos A y B como la unión de los conjuntos A - B y B - A.
En símbolos: $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

$\boxed{A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)}$



$\boxed{A \Delta B = \{ x / x \in A \vee x \in B \text{ pero } x \notin A \cap B \}}$

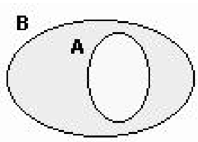
__Casos especiales__
La diferencia de un conjunto consigo mismo es el conjunto vacío.

$\boxed{A - A = \varnothing}$

Si un conjunto A está incluido en otro B:
- La diferencia A - B es el conjunto vacío.

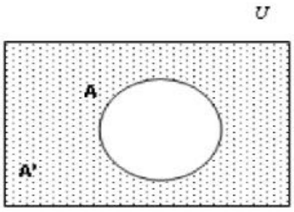
$\boxed{\text{Si } A \subseteq B \Rightarrow A - B = \varnothing}$

- La diferencia B - A es igual al complemento de A respecto de B.



$\boxed{\text{Si } A \subseteq B \Rightarrow B - A = C_A B}$

COMPLEMENTO
Dado un conjunto Referencial *U* y un conjunto A, queda determinado otro conjunto formado por todos los elementos del Referencial que no pertenecen a A. Se llama complemento de A y se designa A' o A^C o $\overline{A}$



Definición: Complemento de A es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a U y no pertenecen a A.
$A' = \{ x / x \in U \wedge x \notin A \}$

Ejemplo 1: Sea el conjunto Universo el conjunto de las vocales: U = {a, e, i, o, u}
A = { a, e } → A´ = {i, o, u}

Ejemplo 2: Sea
A = {Libros de mi biblioteca de matemática}

Sobreentendemos que en este caso el Referencial o universal es el conjunto de libros de mi biblioteca. Por lo tanto, el complemento del conjunto A es el conjunto total de libros de mi biblioteca excepto aquellos que son de matemática, es decir:

A' = {Libros de mi biblioteca que **no** son de matemática}

CONJUNTO POTENCIA
Dado un conjunto A, el conjunto pontencia de A es el conjunto formado por todos los subconjuntos que puede tener A.

Ejemplo: Si A = {a,b} ;
Pot(A) = { {a} , {b} , {a,b} , { } }
Si B = {a, b, c}
Pot(B) = { {a} , {b} , {c} , {a,b} , {a,c} , {b,c} , {a,b,c} , { } }

Numero de elementos del conjunto potencia:
Sea el conjunto A de "n" elementos:
$\mathbf{n[\,Pot(A)\,] = 2^n}$

Cantidad de subconjuntos propios: $\mathbf{2^n - 1}$

En el ejemplo: $n[Pot(A)] = 2^2 = 4$;
$n[Pot(B)] = 2^3 = 8$
subconj. propios de A = $2^2 - 1 = 3$
subconj. propios de B = $2^3 - 1 = 7$

PROPIEDADES DE CONJUNTOS
Propiedades de la intersección, complementación y unión
1º $A \cup \varnothing = A$
$A \cap \varnothing = \varnothing$
2º $A \cup A = A \cap A = A$ Idempotencia
3º $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$ Conmutatividad
4º $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ Asociatividad
$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
5º $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ Distributividad
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
6º $A \cup U = U$
7º $A \cup \overline{A} = U$, $A \cap \overline{A} = \varnothing$
8º $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$
Leyes de Morgan
9º $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B) = A$
10º $A - B = A \cap \overline{B}$

PARA DOS CONJUNTOS A Y B:

$$n(AUB) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

PARA TRES CONJUNTOS A, B, C:
n(AUBUC) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A ∩ B) - n(A ∩ C) - n(B ∩ C) + n(A ∩ B ∩ C)

PROBLEMAS DE ADMISION

1. PROBLEMA ADMISION CATOLICA
Operar:

$$18 \div 3 \times 6 - \left(\frac{2}{3} - 1\right) \cdot \frac{(-3)^3}{0,5}$$

A) 18
B) –9
C) –17
D) –18

RESOLUCION 1:

$$\underbrace{18 \div 3 \times 6}_{} - \underbrace{\left(\frac{2}{3} - 1\right) \cdot \frac{(-3)^3}{0,5}}_{}$$

$$\underbrace{6 \times 6}_{} \quad -\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{(-27)}{\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$36 \quad -\underbrace{\frac{1}{3} \cdot 27 \cdot 2}_{} = 36 - 18 = 18$$ Rpta: A

2. PROBLEMA ADMISION CATOLICA
La distancia del sol a la Tierra es $9,27 \times 10^7$ millas (1 milla = 1601 m). Si dicha distancia es de la forma $A \times 10^n$ metros. (0 < A < 10). Halla A+n.

A) 12,48...
B) 9,47...
C) 8,72...
D) 10,11...

RESOLUCION 2:

$$A \times 10^n = 9,27 \times 10^7 \times \underbrace{1601}_{0,1601 \times 10^4}$$

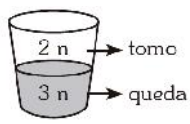
$$A \times 10^n = 1,484127 \times 10^{11}$$

→ ∴ A + n = 12,484127 Rpta: A

3. PROBLEMA ADMISION CATOLICA
Carlos ha tomado cierta parte de un vaso lleno de limonada. La tercera parte de lo que queda es igual a la mitad de lo que ha tomado. Si toma la cuarta parte de lo que queda, ¿qué fracción del total es lo que le queda?

A) 3/20
B) 9/20
C) 7/20
D) 11/20

RESOLUCION 3:



Luego, tomo la cuarta parte de lo que me queda.
$3n - \frac{3n}{4} = \frac{9n}{4}$

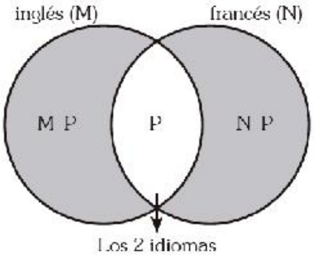
Finalmente, del total queda:

$$\frac{\frac{9n}{4}}{5n} = \frac{9}{20}$$ Rpta:B

4. PROBLEMA ADMISION CATOLICA
En una encuesta, la cantidad de personas que hablan inglés son "M", los que hablan francés son "N" y los que hablan los dos idiomas son "P". Halla cuántos hablan solo uno de los dos idiomas.
A) M + N – P
B) M + N

C) M + N – 2P
D) M + P

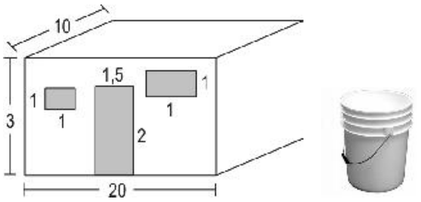
RESOLUCION 4:



Piden:
N° de personas que hablan solo inglés o solo francés =
= (M – P) + (N – P) = M + N – 2P
∴ Los que hablan solo uno de los idiomas son: M + N – 2P Rpta: C

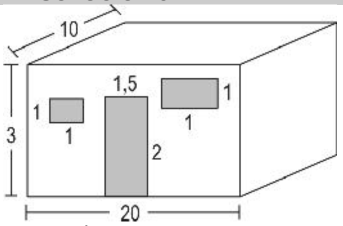
5. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Una casa diseñada para pintar solo las paredes laterales como se muestra:



Usando solo baldes de pintura que pinta un área de 5 m^2. ¿Cuantos baldes se necesitan?
A) 100
B) 104
C) 108
D) 103

RESOLUCION 5:



Area a pintar:
2(10x3 + 3x20 + 10x20) - (1x1 + (1,5)(2) + 1x1) = 515

de baldes: $\frac{515}{5} = 103$ Rpta: D

6. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Se sabe que:

$\sqrt{1+3} = 2$

$\sqrt{1+3+5} = 3$

$\sqrt{1+3+5+7} = 4$

$\sqrt{1+3+5.....87} = ?$

A. 41 B. 42 C. 43 D. 44

RESOLUCION 6:

El resultado del radicando es igual al número de términos de la progresión aritmética de razón 2 de:
1 - 3 - 5 - 7 - .... - 87
$T_K = a + (n - 1)r$
87 = 1 + (n - 1)(2) → n = 44 Rpta: D

7. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Si: mx = m ; y m ≠ 0. Hallar x

A. 1/m
B. 1
C. -m
D. -1

RESOLUCION 7:

Si: mx = m (m ≠ 0)

$x = \frac{m}{m} = 1$ Rpta: B

8. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Hallar un número tal que disminuido en sus 2/7 da 35
A. 42
B. 49
C. 35
D. 56

RESOLUCION 8:

$x - \frac{2}{7}x = 35 \rightarrow x = 49$ Rpta: B

9. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Calcular: 6% del 2% de 8000

A. 96
B. 960
C. 9,6
D. 0,96

RESOLUCION 9:

6%{2%(8000)} = $\frac{6}{100}\left\{\frac{2}{100}(8000)\right\} = 9,6$

Rpta: C

10. PROBLEMA ADMISION CATOLICA

Si: 2x/y = 9 Hallar 2(x+y)y

A. 9
B. 11
C. 10
D. no se puede

RESOLUCION 10:

Se pide: $\frac{2(x+y)}{y} = \frac{2x}{y} + \frac{2y}{y}$

Del dato: $\frac{2x}{y} = 9$

$\frac{2x}{y} + \frac{2y}{y} = 9 + 2(1) = 11$ Rpta: B

11. PROBLEMA DE ADMISION CATOLICA

Si se afirma que:
I. Ningún perro es agresivo.
y
II. Algunos cachorros son agresivos.
Se puede concluir que:
A) Algunos cachorros agresivos son perros
B) Algunos cachorros dóciles son perros
C) Algunos cachorros no son perros
D) Ningún perro es cachorro
E) Todos los cachorros dóciles son perros

RESOLUCION 11:

Solución:

Según la afirmación I: "Ningún perro es agresivo".
Podemos reconocer dos conjuntos: perros y animales agresivos, según la afirmación estos conjuntos son "disconjuntos"; no puede existir animales agresivos que sean perros, se descarta "A".

Según la afirmación II: "Algunos cachorros son agresivos"
Según esto existen cachorros que son agresivos.

Si agrupamos a los animales según su comportamiento, podríamos hablar de animales: agresivos, dóciles o "normales". En la figura el complemento del conjunto de los animales agresivos "podrían" ser los animales normales y dóciles; por esta razón la alternativa B y E quedan descartadas. En la figura según las afirmaciones I y II habría la posibilidad de que algún perro sea cachorro; por lo que la respuesta mas acertada es: "C". RPTA: C

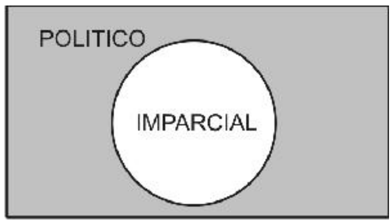
12. PROBLEMA DE ADMISION CATOLICA

Si se cumple: "Ninguna persona imparcial es político"; por lo tanto:
1. Es imposible que existan políticos imparciales.
2. Una persona no es político a menos que no sea imparcial.
3. No es cierto que algunos políticos son imparciales.
4. Ningún político es imparcial.
5. Toda persona ni es imparcial ni es político.

Serán correctas:
A) 1, 3 y 4. B) 2 y 5. C) 1, 2 y 3.
D) 4 y 5 E) N.A.

RESOLUCION 12:

"Ninguna persona imparcial es político".



De la figura:
1. Es imposible que existan políticos imparciales. (V)
2. Una persona no es político a menos que no sea imparcial. (F)
3. No es cierto que algunos políticos son imparciales. (V)
4. Ningún político es imparcial. (V)
5. Toda persona ni es imparcial ni es político. (F)

∴ Correctas: 1, 3 y 4. RPTA: A

13. PROBLEMA DE ADMISION CATOLICA

De un grupo de 105 personas, 52 son tenistas y 55 son nadadores. Sabemos, también, que 15 tenistas practican fútbol y natación y todos los futbolistas son tenistas. Si 12 personas solo practican tenis y 15 personas no practican ninguno de los deportes mencionados, ¿cuántas personas son tenistas y nadadores, pero no futbolistas?
A) 5
B) 3
C) 1
D) 2
E) 4

RESOLUCION 13: